

Marei Fetzer

## Mit Objekten rechnen

# Empirische Unterrichtsforschung auf den Spuren von Materialien im Mathematikunterricht

Lernen und Lehren ist in der Grundschule ohne Materialien kaum vorstellbar. Insbesondere aus dem Mathematikunterricht der ersten beiden Schuljahre sind Arbeitsmittel kaum wegzudenken: Die Kinder zählen Rechenplättchen und bündeln sie zu Zehnerstapeln. Sie hantieren mit dem Maßband und stellen durch Falten und Schneiden symmetrische Figuren her. Bücher werden aufgeschlagen und Arbeitsblätter bearbeitet, es wird an die Tafel geschrieben und weggewischt. In den Bildungsstandards für die Grundschule ist vermerkt, dass »das Denken und Lernen von Vorschulkindern und Schulanfängern durch handelnden Umgang mit Materialien der Umwelt oder durch den Einsatz didaktisch ausgewählter Arbeitsmittel erfolgt [...].« (KMK 2005: 54). Materialien und Arbeitsmitteln wird eine Unterstützungsfunktion beim Lernen und Lehren von Mathematik zugeschrieben.

Diese prominente Rolle von Objekten im Unterrichtsalltag spiegelt sich in der Breite der mathematikdidaktischen Forschung aber kaum wider. Zwar sind Materialien und Arbeitsmittel Teil des Settings zahlreicher wissenschaftlicher Studien in der Mathematikdidaktik. Allerdings stehen sie in den meisten Untersuchungen nicht im Fokus des Interesses. Materialien »kommen vor«, ohne dass ihnen besondere wissenschaftliche Beachtung geschenkt würde.

Eine stärkere Konzentration auf Objekte lässt sich in Arbeiten der empirischen Unterrichtsforschung ausmachen. Beispielsweise wird in Untersuchungen zur Gestik explizit das Objekt bezogene Handeln analysiert (Bjuland et al. 2007). Andere Arbeiten legen ein besonderes Augenmerk auf den handelnden Umgang mit Computern (Jungwirth 2006) oder Arbeitsmitteln (Nührenbörger/Steinbring 2008; Lorenz 1992). Forschungsmethodisch wird von einigen Forscherinnen und Forschern eine epistemologische Sichtweise eingenommen (Nührenbörger 2009; Steinbring 2006; Söbbeke 2005). Zum Teil erfolgt die wissenschaftliche Auseinandersetzung mit Objekten auf einer semiotischen Basis (Schreiber 2010; Dörfler 2006; Presmeg 2006).

Diese sehr unterschiedlichen Arbeiten teilen die Grundannahme, dass das soziale Gefüge Mathematikunterricht von menschlichen Akteuren,

den Schülerinnen und Schülern und der Lehrperson, ›gemacht‹ und bestimmt wird. Den Objekten wird hingegen der Status von Instrumenten zugewiesen, die in den Händen von Kindern und Lehrpersonen beliebig nutzbar und verwendbar sind. Es wird davon ausgegangen, dass die Objekte, die genutzt werden, die Handlungen derjenigen, die sie nutzen, nicht rekonfigurieren. Bedeutung erhalten die Objekte nur im und durch den (richtigen) Gebrauch. Darüber hinaus wird ihnen keine soziale Relevanz zugeschrieben. Als Objekte im eigenen Recht spielen die Objekte des Mathematikunterrichts keine besondere Rolle. Obwohl die Idee einer Soziologie der Objekte in der mathematikdidaktischen Forschung noch weitgehend unbekannt ist, scheint gerade die empirische Unterrichtsforschung der Mathematikdidaktik, in der Objekte so präsent sind wie in kaum einer anderen Fachdidaktik, gut beraten, einen grundlagentheoretisch motivierten Perspektivwechsel vorzunehmen und mit Objekten zu *rechnen*.

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert: Zu Beginn wird der Forschungsansatz vorgestellt (1). Im Anschluss werden methodische Zugriffsmöglichkeiten auf die Beteiligung von Objekten im unterrichtlichen Interaktionsgeschehen ausgelotet (2). Im Empirischen Teil werden einerseits exemplarische Analysebeispiele und andererseits empirische Befunde vorgestellt (3). Den Abschluss des Beitrags bildet eine Zusammenfassung der Ergebnisse (4).

## I. Forschungsansatz

### *ANT – eine ›Ameise‹ im mathematikdidaktischen Ohr*

Der vorliegende Beitrag nimmt Materialien und Arbeitsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule soziologisch in den Blick und geht davon aus, dass Objekte am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit beteiligt sind. Auslöser und Inspiration für den Perspektivwechsel ist Latours *Actor-Network Theory* (ANT).

Im Rahmen von ANT nimmt Latour einen radikalen Perspektivwechsel zu einer Soziologie der Objekte vor: Er regt eine Erweiterung des Kreises der Akteure im Handlungsverlauf an und rüttelt am etablierten Handlungsbegriff. »*Any thing that does modify a state of affairs by making a difference is an actor*« (Latour 2005: 71). Alle Akteure, ob menschlich oder nicht, sieht Latour als Teilnehmer im Interaktionsprozess. Damit öffnet er die Liste der Teilnehmer im Handlungsverlauf und verändert ihre Zusammensetzung grundlegend. (Auch) Objekte werden zu Akteuren im sozialen Miteinander. »*Objects too have agency*« (Latour 2005: 63). Sie vernetzen sich mit anderen Akteuren. Gleichzeitig

verabschiedet sich Latour aufgrund der schnellen Wechsel der Teilnehmer-Ensembles von vordefinierten Abgrenzung einzelner Akteure, sowie von der Idee, Gesellschaften oder Sozialitäten seien gegebenen stabile Gebilde.

Latours Ideen provozieren und irritieren. Mit ANT setzt er mir als Mathematikdidaktikerin eine ›Ameise‹ ins Ohr, die mich sensibilisiert und zum Überdenken tradierter Vorstellungen von Unterrichtsgeschehen und dem handelnden Umgang mit Arbeitsmitteln anregt. Seine radikale Position fordert in besonderer Weise zur Diskussion der Frage der Handlungsträgerschaft von Objekten heraus. Wie jedoch lässt sich das *Wirken* von Objekten analytisch in den Blick nehmen? Die Frage nach der Beobachtbarkeit von Objekt-Handeln wirft Probleme auf. Deshalb ist es ein erklärtes Ziel dieses Beitrags, Möglichkeiten des analytischen Zugriffs auf die Beteiligung von Objekten am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit auszuloten und zu rekonstruieren, inwiefern der Handlungsbegriff im Zusammenhang mit Objekten empirisch gehaltvoll ist. Latour selbst gibt in dieser Hinsicht keine methodischen Anregungen.

Entsprechend werden im Beitrag Möglichkeiten ausgelotet, die Beteiligung von Objekten am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit empirisch zu rekonstruieren. Aufbauend auf der Grundidee einer mikroethnografischen Analyse der Teilhabe von Objekten am mathematischen Unterrichtsgeschehen werden unterschiedliche Theorien herangezogen und miteinander verbunden. Im Wesentlichen werden zwei Ansätze entwickelt und vorgestellt, um das Wirken der Objekte zu rekonstruieren:

Zum einen wird auf der Grundlage eigener Arbeiten (Fetzer 2007; 2009; 2010; 2012) und Sacks *Turn-Taking System* (1996) eine Analyse der Turn-Übernahme eingeführt. Sie ermöglicht eine treffendere Beschreibung der Art der Beteiligung von Objekten im Unterrichtsgeschehen. Zusätzlich wird auf Goffmans *Participation Framework* (1981) zurückgegriffen, um unterschiedliche Partizipationsstatus theoretisch zu fassen. Das durch die theoretische Verbindung dieser Ansätze entwickelte sequenzielle Analyseverfahren wird der zeitlich sukzessiven Entwicklung der Unterrichtsinteraktion gerecht. Zum anderen wird der funktional orientierte Ansatz der Argumentationsanalyse nach Toulmin für die Rekonstruktion der Spuren von Objekten nutzbar gemacht. Dieser Analyseansatz, der auf die Funktion einzelner Handlungen innerhalb einer Argumentation zielt, bietet die Chance, die zeitliche Reihung des Unterrichtsgeschehens aufzubrechen und somit der Dauerhaftigkeit von Objekten gerecht zu werden. Beide methodischen Zugriffsmöglichkeiten werden im Folgenden genauer vorgestellt.

## II. Methodische Zugriffsmöglichkeiten

### *Objekte und ihre Spuren im Mathematikunterricht*

Begibt man sich, sensibilisiert durch Latours Ideen, auf die Spuren von Materialien bzw. Objekten im Mathematikunterricht, bedeutet das eine Ausdehnung des Handlungsbegriffs auf nicht-menschliche Akteure. Ist allerdings ›Handeln‹ im Zusammenhang mit Objekten ein Begriff, der empirisch gehaltvoll und treffend ist? Gleichzeitig rückt die Frage der Beobachtbarkeit von Objekt-›Handeln‹ in den Blick. Mit der Analyse menschlichen und ›absichtsvollen‹ Handelns sind Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker der interpretativen mikroethnografischen Unterrichtsforschung vertraut. Objekte bringen sich jedoch auf andere Art in das Unterrichtsgeschehen ein. Auf welche Weise lässt sich dieses Mitwirken, Teilnehmen und/oder Teil-Sein von Objekten empirisch beobachten? Wie analysiert man nicht-menschliches ›Handeln‹?

Grundsätzlich eröffnen systematische Interpretationsverfahren zur Rekonstruktion von Unterrichtsverläufen, wie sie sich in der interaktionistisch ausgerichteten empirischen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik etabliert haben, die Möglichkeit, nicht-menschliche Akteure und deren Wirken analytisch in den Blick zu nehmen (Fetzer 2010; 2012). Im Rahmen des mikroethnografischen Analyseansatzes wird zur Rekonstruktion der Lehr-Lernprozesse sequenziell vorgegangen. Zum einen wird jede einzelne *Aktion* bzw. Äußerung der Akteure extensiv in der Reihenfolge ihrer Emergenz der Analyse unterzogen. Im Mittelpunkt steht dabei immer die Frage, wie man das jeweilige Handeln deuten kann. Die Forscher/innen bemühen sich, so viele Interpretationsalternativen wie möglich zu generieren und somit ein sehr großes Spektrum potenzieller Lesarten zu schaffen. Neben den Einzelhandlungen werden zum Anderen die Vernetzungen der Aktionen untersucht. Auf die wechselseitige Beeinflussung, also den Aspekt der *Inter-Aktion* wird zugegriffen, indem die Einzelhandlungen als aufeinander bezogen verstanden und interpretiert werden. Aktionen werden als »Turns« (Sacks 1996) auf vorherige Handlungen oder Äußerungen gedeutet. Turn für Turn und Zug um Zug wird der interaktive Prozess der Bedeutungsaushandlung rekonstruiert. Eine Reihe eigener Arbeiten zu einem mikroethnografischen Ansatz einer Objekt-integrierenden Unterrichtsanalyse (Fetzer 2009; 2010; 2012) zeigt, dass dieses interaktionstheoretische Instrumentarium sich als geeignete Basis erweist, insbesondere das Vernetzen der unterschiedlichen Akteure zu rekonstruieren.

Im folgenden werden zwei Ansätze vorgestellt, die Beteiligung von Objekten am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit zu rekonstruieren. Beide Ansätze basieren methodologisch auf dem mikroethnografischen

Ansatz einer Objekte integrierenden Unterrichtsanalyse nach Fetzer (2009; 2010; 2012).

## II.1 Partizipation

Wenngleich Goffman Objekten im Rahmen seines »Participation Framework« (1981) keine besondere Beachtung schenkt, bietet sein Ansatz für die Rekonstruktion der Beteiligung von Objekten an der Entwicklung unterrichtlicher Interaktionsprozesse Potenzial. Indem er neben dem Hören die Wichtigkeit anderer Wahrnehmungskanäle wie Sehen und (Er-)Fühlen (Goffman 1981: 129f.) betont, bereitet er den Boden für eine Erweiterung des Teilnehmerkreises auf menschliche und nicht-menschliche Akteure.

In Bezug auf eine empirisch gehaltvolle Ausdifferenzierung hinsichtlich des Akteurs- und Handlungsbegriffs spannt Goffman einen vielversprechenden Rahmen auf. Er bietet eine Möglichkeit, die unterschiedlichen Formen der Partizipation in einzelnen »moments of talks« (Goffman 1981: 131) theoretisch ausdifferenziert zu erfassen. Nach Goffman gilt der gesamte Kreis derjenigen als Hörerschaft einer Äußerung, welche sich in der Erreichbarkeit der Äußerung befinden. Dabei differenziert er u.a. zwischen »ratifizierten« Rezipienten in einer bestimmten Situation (»ratified recipients to the scene«, Goffman 1981: 133) und solchen Hörern, die nicht offiziell zugelassen sind. Das Verhältnis, in dem bestimmte Personen zu einer Äußerung stehen, bezeichnet Goffman als »participation status« und das Zusammenspiel aller mehr oder weniger direkt an der Situation Beteiligten als »participation framework« (Goffman 1981: 137). Insbesondere der Status des »Bystanders« (Goffman 1981: 132) scheint in Bezug auf Objekte und ihre Teilnehmerschaft gewinnbringend. Zum Bystander einer Äußerung wird jemand dann, so Goffman, wenn er von offiziell Beteiligten einer Gesprächssituation als nicht ratifizierter Beteiligter wahrgenommen wird, der sich aber in der Erreichbarkeit selbiger Äußerung befindet. Er wird von den Beteiligten der Interaktionssituation als jemand wahrgenommen, der »zuhören« kann oder könnte. Die Rolle des Bystanders ist interaktionistisch gebunden.

Auch auf forschungsmethodischer Ebene offeriert Goffmans Ansatz Anregungen: Er spricht sich für die Analyse von Momenten und Einheiten des Gesprächs und der Aktivität bezogen auf den jeweiligen Teilnehmerkreis aus (vgl. Goffman 1981: 131). Somit bietet das Konzept des *participation framework* eine Möglichkeit, dem Abgrenzungsproblem in Bezug auf potenzielle Akteure und Assoziationen derselben zu begegnen: Im Rahmen einer Objekte integrierenden Unterrichtsanalyse werden *Moments of Networking* analysiert. Als Beteiligte an den jeweiligen *Moments of Networking* werden diejenigen Akteure konzipiert, die in

der jeweiligen Interaktionssituation von den ratifizierten Beteiligten als Teilnehmer oder Bystander wahrgenommen werden.

Empirisch ist es prinzipiell problematisch, das ›Handeln‹ von Objekten in den Blick zu nehmen. Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik, die sich mit der Rekonstruktion von Interaktionsverläufen beschäftigt, ist erfahren mit der Analyse des menschlichen Handelns. Wie aber analysiert man das ›Handeln‹ von Objekten? Meine empirischen Untersuchungen zu einem interaktionstheoretischen Ansatz einer Objekte integrierenden Unterrichtsanalyse weisen darauf hin, dass das *Wirken* von Objekten insbesondere in der wechselseitigen Beeinflussung der Akteure und in ihren mannigfaltigen Vernetzungen beobachtbar wird (Fetzer 2009; 2010; 2012). Auf der Ebene der Turns wird die Beteiligung der Objekte am Vollzug des sozialen Miteinanders Zug für Zug rekonstruierbar. Damit gewinnt, konversationsanalytisch gesprochen, die Organisation des Sprecherwechsels an Bedeutung. Nach Sacks ist die basale Herausforderung von Konversation ein Koordinierungsproblem der Beteiligten am Gespräch (Sacks 1996, Vol. 1: 32). Eine Grundanforderung ist, dass immer mindestens und nicht mehr als ein Sprecher zu einer Zeit redet (»one at a time rule«, Sacks 1996, z. B. Vol. 1: 32; Vol. 2: 525). Daraus ergibt sich die Problematik der Organisation des Sprecherwechsels (»speaker change recurs«, Sacks 1996, z. B. Vol. 1: 32). Bezüglich der »order of speakers« (1996, Vol. 2: 522) wird in der Regel nur über den nächsten Sprecher bzw. die nächste Aktivität entschieden, nicht aber über den übernächsten Sprecher (1996, Vol. 1: 38). Diese sequenzielle Organisation des Sprecherwechsels nennt Sacks »turn-taking system« (1996, Vol. 2: 523). Er führt verschiedene Techniken der Sprecherwahl an (1996, Vol. 2: 524), welche sich sowohl auf den *jeweils* Sprechenden, als auch auf den jeweils *nächsten* Sprechenden beziehen. Diese Techniken beschreibt Sacks als »Current speaker selects next speaker« (1996, Vol. 2: 524), »Current speaker selects next action« (1996, Vol. 2: 524) und »Next speaker may self-select himself« (1996, Vol. 2: 524). Hier lässt sich der konversationstheoretische Ansatz von Sacks interaktionistisch wenden: Interaktion beruht auf Wechselseitigkeit. Eine *Turnzuweisung* muss als solche verstanden werden. Dann kann sie angenommen, oder eben auch abgelehnt werden. Außerdem besteht die Möglichkeit, sich die Rolle des nächsten Sprechers zu *nehmen*. Sacks spricht im Zusammenhang des turn-taking systems von »turn distribution« (1996, Vol. 2: 533) und »speaker self-selection« (1996, Vol. 2: 524). Eine explizite Ausdifferenzierung der Turn-Organisation in ›turn-taking‹ und ›turn-giving‹ nimmt er nicht vor. Für eine interaktionistische Weiterentwicklung des Konzepts erweist sich die Unterscheidung in »*Turn-Übernahme*« und »*Turn-Zuweisung*« jedoch als weiterführend. Beide Elemente stehen im engen Wechselspiel miteinander.

Prinzipiell eröffnen zwei Fälle die Möglichkeit, auf der Ebene von Turn-Analysen mehr über das Handeln von Objekten zu erfahren: Erstens über die Turnzuweisung des jeweils Sprechenden.<sup>1</sup> Methodisch bedeutet dies, dass die Aktivität des jeweils Handelnden extensiv analysiert wird. Wie konzipiert er die rezeptiven Status der Beteiligten? Weist er bestimmten Objekten beispielsweise einen ratifizierten Partizipationsstatus zu? Oder konzipiert er sie als Bystander? Analysieren lassen sich immer nur *Moments of Networking* in ihrer Sequenzialität. Bei einem Abbruch der Analyse zu einem beliebigen Zeitpunkt bleibt die letzte Aktivität in all ihren Interpretationsmöglichkeiten als Einzelhandlung stehen. Auch in vielen anderen Fällen sind die Turn-Zuschreibungen empirisch nicht zweifelsfrei rekonstruierbar. Somit bleibt eine solche »Analyse der Rezipientenkonzeption«, in der die Konzeption der Rezeptionsstatus gleichsam nach vorne offen interpretiert wird, grundsätzlich problematisch.

Der zweite Fall, der Rückschlüsse auf das Handeln der Objekte zulässt, sind Statuswechsel der Beteiligten. Immer dann, wenn Beteiligten der jeweiligen Interaktionssituation zum aktuell Handelnden wird, lässt sich sein Handeln als *Turn* auf etwas, was im bisherigen Interaktionsverlauf passiert ist, verstehen. Damit rückt einerseits die Frage in den Blickpunkt, was den Statuswechsel ausgelöst hat. Wie kommt es, dass ein bestimmtes Objekt im jeweiligen *Moment of Networking* zum ratifizierten Akteur wird? Andererseits werden Rückschlüsse auf den Status möglich, den der nun Tätige zuvor innehatte. Dieser Aspekt ist im Zusammenhang mit der Rekonstruktion des Objekt->Handelns« der zentrale Punkt, wie ich gleich erläutern werde. Eine »Analyse der Turn-Übernahme« (Fetzer 2007: 126ff.), wie sie hier skizziert ist, hat sich bereits in früheren Arbeiten bewährt, um Rückschlüsse auf empirisch nur bedingt bzw. mittelbar beobachtbare Aktivitäten zu ziehen. Im Rahmen einer Langzeitstudie zu grafisch basierten Interaktionsprozessen (Fetzer 2007) ließen sich im Zusammenhang mit menschlichen Akteuren vier Formen der Turn-Übernahme rekonstruieren. Dies sind:

- die »Turn-Annahme«, d. h., ein einem Beteiligten der Interaktionssituation angebotener Turn wird von diesem *angenommen*;
- die »Turn-Ablehnung«, d. h., ein einem Beteiligten der Interaktionssituation angebotener Turn wird von diesem *nicht* angenommen;
- die »Turn-Aufnahme«, d. h., ein »universelles« Turnangebot wird wie das lose Ende eines Fadens von einem Beteiligten der Interaktionssituation *aufgenommen*

1 Diesen Weg haben Krummheuer und Brandt (Krummheuer/Brandt 2001) beschritten.

- die »Turn-Ergreifung«, d. h., ein Rezipient, der nicht als nächster Sprechender konzipiert war, »reißt« diese Rolle aktiv an sich und ergreift den Turn.

Turn-Übernahme (*turn-taking*) und Turn-Angebot (*turn-giving*) sind insbesondere bei Objekt-Akteuren sehr eng verwoben und untrennbar miteinander verbunden, wie der empirische Teil bestätigen wird. Methodisch wird diese enge Verbindung für die Ausdifferenzierung des Handlungsbegriffs in Bezug auf Objekte nutzbar gemacht: Das Wirken von Objekten im Interaktionsprozess wird *indirekt* bzw. rückblickend rekonstruiert. Handelt ein menschlicher Akteur als Turn auf ein Objekt, so lässt sich rekonstruieren, dass das Objekt dem menschlichen Teilnehmer zuvor etwas »gesagt« haben muss. Es muss ein Angebot zur Turn-Übernahme bereit gehalten haben. Die Art und Weise der Turn-Übernahme durch den menschlichen Akteur, ob es sich um ein Annehmen, oder Aufnehmen oder eine andere Form der Turn-Übernahme handelt, erlaubt außerdem Rückschlüsse darauf, welchen Partizipationsstatus das Objekt zuvor innehatte.

## II.2 Argumentation

Objekte zeichnen sich u. a. durch ihre Dauerhaftigkeit aus. Ein Buch kann wochenlang unberührt im Schulregal stehen, ein Tafelanschrieb mag einen Vormittag lang unverändert bleiben, eine Steckwürfelkonstellation kann minutenlang auf dem Tisch liegen. Nach Latour sind es die Objekte, die für Regelmäßigkeit und Verlässlichkeit in der sozialen Welt sorgen, indem sie der flüchtigen Interaktion ihre »steely quality« leihen (Latour 2005: 68). Aufgrund ihrer (potenziellen) Dauerhaftigkeit, können Objekte prinzipiell über Zeit (und Raum) hinweg wirken. Die *Moments of Interaction*, in denen Objekte sich am Fortgang des Unterrichtsgeschehens beteiligen, können zeitlich weit auseinander liegen. Objekte setzen sich gleichsam über zeitliche Grenzen hinweg.

Forschungsmethodisch stellt sich somit die Frage, ob eine Analysemethode, die ausschließlich auf die *Sequenzialität* der Unterrichtsentwicklung zielt, möglicherweise zu kurz greift. Es scheint vielversprechend, neben der oben skizzierten Objekte-integrierenden Sequenzanalyse zur Turn-Übernahme einen zweiten Ansatz zu verfolgen, der den engen Rahmen der zeitlichen Sukzessivität aufzubrechen vermag. Entsprechend stütze ich mich im vorliegenden Beitrag auf den argumentationstheoretischen Rahmen, den der amerikanische Philosoph Steven Toulmin in seinem Werk »The Uses of Argument« (2003, erstmals veröffentlicht 1958) aufspannt. Auf methodischer Ebene arbeite ich mit der »funktionalen Argumentationsanalyse« nach Toulmin, um das Wirken von Objekten innerhalb (mathematischer) Argumentationen rekonstruieren zu

können. Aus soziologischer oder erziehungswissenschaftlicher Sicht mag die Wahl eines argumentationstheoretischen Ansatzes zur Rekonstruktion der Spuren von Objekten im Unterrichtsgeschehen überraschen. Aus mathematikdidaktischer Perspektive ist die Konzentration auf Argumentationen im Unterrichtsgeschehen dagegen naheliegend. Das Argumentieren, das Begründen und das Erklären sind zentrale Tätigkeiten im Mathematikunterricht. In den Bildungsstandards werden diese Aktivitäten als allgemeine Kompetenzen beschrieben, welche es ab der ersten Klasse zu erwerben, auf- und auszubauen gilt. Aber welche Praxis des Argumentierens ist im alltäglichen Mathematikunterricht der Primarstufe tatsächlich vorzufinden? Welche Rolle spielen Objekte im Argumentationsprozess? Im Folgenden gehe ich auf Toulmins argumentationstheoretischen Ansatz und die damit verbundenen Chancen für die empirische (mathematikdidaktische) Unterrichtsforschung ein.

In seinem argumentationstheoretischen Ansatz geht Toulmin der Frage nach, wie Aussagen, Annahmen und Meinungen in unterschiedlichen alltäglichen Kontexten rational begründet werden. Wie werden Äußerungen eingesetzt, um andere zu überzeugen? Dabei wendet er sich gegen die Vorstellung, die Gültigkeit oder Überzeugungskraft einer Argumentation sei etwas normativ gesetztes. Stattdessen propagiert er einen prozeduralen Begriff der Gültigkeit bzw. Stichhaltigkeit einer Argumentation. Argumentationen werden von den Beteiligten entwickelt. Sie entstehen in jeder Situation neu. Dabei übernehmen einzelne Äußerungen bestimmte Funktionen innerhalb der Argumentation. Was jeweils überzeugt, ist abhängig vom jeweiligen Kontext. Bestimmte Elemente allerdings, so Toulmin, sind invariant. Sie sind charakteristisch für Argumentationen unterschiedlichster Bereiche, sie zeichnen Argumentationen im Alltag in gleicher Weise aus wie Argumentationen in der Wissenschaft.

Nach Toulmin haben Argumentationen eine bestimmte Grundstruktur, ein bestimmtes »Layout« (2003: 87ff.). Dieses Layout ist charakteristisch für Argumentationen in den unterschiedlichsten Bereichen. Die drei zentralen Elemente dieses Layouts sind das »Datum«, die »Konklusion« und der »Garant«.<sup>2</sup> Toulmin (2003) hat diese funktionalen Argumentationskategorien grafisch wiedergegeben (siehe Abb. 1):

- 2 Toulmin (2003) führt zusätzlich zu den hier genannten drei zentralen Komponenten einer Argumentation weitere Kategorien ein, die im Zusammenhang dieses Beitrags jedoch nicht ausgeführt werden.



Abb. 1: Toulmin-Layout – Grundstruktur von Argumentationen

Die Konklusion (»conclusion« oder »claim«, Toulmin 2003: 90) ist die Aussage, die belegt werden soll. Das Datum (»data«, Toulmin 2003: 90) ist eine unbestrittene Tatsache, ein Sachverhalt bzw. eine Information, auf die verwiesen werden kann als Antwort auf die Frage: »Was nimmst du als gegeben?«. Die kürzest denkbare Argumentation würde folglich lauten: Datum, deswegen Konklusion. Sie ist in der obersten Zeile des Layouts wiedergegeben. Diese Zeile nennt man auch den »Schluss« (s. z. B. Krummheuer/Fetzer 2005: 24). Die Unterscheidung zwischen Datum und Konklusion stellt nach Toulmin jedoch nur die Basis eines Arguments dar:

»We already have, therefore, one distinction to start with: between the *claim* or conclusion whose merits we are seeking to establish and the facts we appeal to as foundation for the claim – what I shall refer to as our data« (Toulmin 2003: 90).

Doch auch eine Fülle von Informationen und Fakten vermag nicht jede Konklusion zu begründen. Es bedarf einer Verbindung der Elemente Datum und Konklusion auf einer anderen Ebene:

»Our task is no longer to strengthen the ground on which our argument is constructed, but is rather to show that, taking these data as a starting point, the step to the original claim or conclusion is an appropriate and legitimate one. At this point, therefore, what are needed are general, hypothetical statements, which can act as bridges, and authorize the sort of step to which our particular argument commits us« (Toulmin 2003: 91).

Eine solche Verbindungsfunktion übernehmen die Garanten (»warrants«, Toulmin 2003: 89). Garanten sind allgemeine, hypothetische Aussagen, die als Brücken dienen können und die Schlüsse vom Datum auf die Konklusion legitimieren (Toulmin 2003: 91ff.). Sie entsprechen laut Toulmin in der Regel einer erweiterten Möglichkeit zu argumentieren und können als Antwort auf die Frage: »Wie kommst du dahin?« gedacht werden. Diese drei Elemente bilden den Kern einer Argumentation: Aus dem Gegebenen (Datum) lässt sich die Konklusion ziehen, weil der Garant diesen Schluss erlaubt.

Im Rahmen funktionaler Argumentationsanalysen auf der Basis von Toulmins Ansatz werden einzelne Äußerungen und/oder Aktivitäten hinsichtlich ihrer Funktion bzw. Rolle innerhalb des Arguments untersucht

(vgl. Kopperschmidt 1989).<sup>3</sup> Dabei erlaubt Toulmins Ansatz die Analyse verbaler wie non-verbaler Handlungen. Untersucht wird, welche Funktion die Beteiligten einzelnen Handlungen jeweils zuweisen, wie sie etwas ›gemeint‹ haben. Die funktionale Argumentationsanalyse in Anlehnung an Toulmin beschränkt sich nicht auf die Untersuchung explizit strittiger Fragen, sondern ermöglicht die Rekonstruktion aller Arten argumentativer Prozesse. Auch implizite Bestandteile eines Argumentationsprozesses entziehen sich nicht dem analytischen Zugriff, wie empirische Studien zeigen (Schwarzkopf 2000; Fetzer 2007; Meyer 2007). Neuere Untersuchungen belegen, dass insbesondere Datum und Garant non-verbal explizit gemacht werden (Fetzer 2011). Der gestische Verweis auf eine bestimmte Klötzchen-Anordnung beispielsweise fungiert als Datum: ›Wir gehen von dieser Klötzchen-Konstellation aus‹. Bestimmte Schlüsse, wie beispielsweise der Nachweis der Achsensymmetrie, haben Gültigkeit, ›weil man das so falten kann‹. Gerade in diesen non-verbalelementen einer Argumentation wird das Wirken von Objekten empirisch beobachtbar, wie der empirische Teil dieses Beitrags zeigen wird. Forschungsmethodisch sind somit die non-verbalelemente einer Argumentation ein geeigneter Ansatzpunkt zur Rekonstruktion des Objekt-›Handelns‹.

### III. Empirischer Teil

*Mitten drin statt nur dabei:*

*Objekte als Teilnehmer im Interaktionsprozess*

Mit der Idee, dass Artefakte und Menschen eine ›gerahmte Interaktion bilden‹ (Latour 2001) hat mir Latour einen Floh ins mathematikdidaktische Ohr gesetzt, über die Beteiligung von Objekten an der Entwicklung unterrichtlicher Interaktionsprozesse auf theoretischer Ebene neu nachzudenken. Insbesondere im Bereich des Grundschul-Mathematikunterrichts scheint es lohnenswert, die Rolle bzw. den Einfluss, den Arbeitsmittel und Materialien auf interaktive Lernprozesse haben, unter verändertem Blickwinkel zu betrachten. Der methodische Zugriff auf Objekte und ihre Spuren im Mathematikunterricht scheint prinzipiell mit Mitteln der interpretativen empirischen Unterrichtsforschung möglich (vgl. ›Methodische Zugriffsmöglichkeiten‹, S. 312ff.). Bleibt die Frage, ob bzw. wie sich die Beteiligung von Objekten am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit tatsächlich *empirisch rekonstruieren* lässt. Bewährt sich eine Objekt-integrierende Unterrichtsanalyse auf der Basis

3 Toulmins Schema zur Rekonstruktion argumentativer Prozesse im Mathematikunterricht hat sich in der Mathematikdidaktik schon vielfach empirisch bewährt (vgl. Krummheuer 1995, Yackel 2001, Fetzer 2007).

von Interaktionsanalysen, Analysen der Turn-Übernahme und Argumentationsanalysen? Und welches sind die empirischen Befunde? Welche Partizipationsstatus lassen sich für Objekte im Unterrichtsprozess rekonstruieren? Wie ›handeln‹ bzw. wirken Objekten im Lehr-Lernprozess?

Im Folgenden werden Analysen zu ausgewählten Beispielen aus dem Mathematikunterricht der Grundschule vorgestellt, in denen augenscheinlich neben Schülerinnen und Schülern auch Objekte eine Rolle spielen. Die dargestellten Analysen sind als exemplarische Analysebeispiele zu verstehen. Einerseits sollen sie einen Einblick in die Forschungsarbeit Objekt-integrierender Unterrichtsanalysen mit den oben vorgestellten Methoden geben. Auf diese Weise werden sie beispielhaft zur Entwicklung der empirischen Befunde herangezogen<sup>4</sup>. Andererseits dienen die Szenen als Illustration bezüglich der empirischen Forschungsergebnisse. Sie verdeutlichen, welche Rollen bzw. Partizipationsstatus sich für Objekte im mathematischen Unterrichtsgeschehen rekonstruieren lassen. Hinsichtlich der Schärfung des Handlungsbegriffs im Zusammenhang mit Objekten illustrieren sie, in welcher Weise Objekte im Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit ›handeln‹ bzw. wirken.

Die nachstehende Szene ›Des is zu lang‹ ist ein Beispiel dafür, wie Objekte den Partizipationsstatus von Teilnehmern im Interaktionsprozess innehaben und durch die Übernahme einzelner Turns ausfüllen können. Methodisch steht die Analyse der Turn-Übernahme im Mittelpunkt, die hier in zusammenfassender Weise wiedergegeben wird. Im Setting dieses ersten Beispiels spielen die beiden Zweitklässler Torben und Serkan, sowie ein Aufgabenblatt, ein Tuch und 24 Holzwürfelchen eine Rolle. Solche Holzwürfelchen sind im Mathematikunterricht der Grundschule ein gängiges didaktisches Material. Beim Einsatz in größerer Menge im Arithmetikunterricht werden sie als *unstrukturiertes* Material bezeichnet.

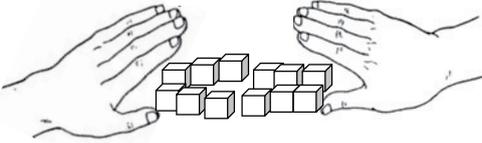
Anfangs liegen die 24 Holzwürfelchen als Häufchen vorborgen unter dem Tuch auf dem Tisch. Die Lehrerin hebt das Tuch hoch, sodass die Steine sichtbar werden, und fragt: »Wie viele Steine sind das?« Die Jungen beginnen zu zählen. Doch das Tuch bedeckt die Steine wieder, noch bevor die beiden die Anzahl ermitteln können. Aufgabenstellung ist es nun, die Steine so an- bzw. umzuordnen, dass sich bei einem Aufdecken des Tuches zu einem späteren Zeitpunkt in der kurzen Zeit, in der die Würfel sichtbar sind, erkennen lässt, wie viele es sind.

Inhaltlich mathematisch geht es darum, strukturierte Zahl- bzw. Mengendarstellungen zu entwickeln, systematisch zu verändern und zu beschreiben. Die 24 Holzwürfelchen sollen so angeordnet werden, dass

4 Die tatsächliche Theorieentwicklung erfolgt auf der Grundlage der Analyse zahlreicher Szenen aus verschiedenen Unterrichtseinheiten und der systematischen Komparation dieser Beispiele.

sich die Anzahl möglichst rasch erkennen lässt. Erwartbare Lösungsansätze wären unterschiedliche Arten von Mustern, systematische Anordnungen in »Punktfeldern«, sowie Darstellungen, die auf die Zehnerbündelung zurückgreifen.

Im Bearbeitungsprozess spielen die Steine von Anfang an eine Rolle bei dem Versuch der Jungen, eine rechteckige Anordnung der Holzwürfelchen herzustellen. Schließlich legt Serkan zwei »Sechserreihen« untereinander. Torben hat ebenfalls zwei Reihen mit je sechs Steinen gelegt. Es scheint eine Lösung gefunden zu sein: »Geht« konstatiert Serkan unmittelbar bevor die ausgewählte Szene beginnt.<sup>5</sup>

Z-Nr.	Akteur	Aktion
409	Steine	
410	Torben	Weißte was des Doofe is/
411	Serkan	Was/
412	Steine	
413	Torben	Man muss nachher zähl'n können - .
414	Steine	
415	T u. Steine	T. drückt mit beiden Händen die Steine zusammen, so dass sie so eng wie möglich aneinander liegen
416		
417	Torben	des zu wissen - .
418	T u. Steine	T. nimmt die Hände von den Steinen weg
419	Steine	
420	Torben	des is zu lang - . . .

Transkript 1: Des is zu lang.

<sup>5</sup> Kursivdruck in der dritten Spalte signalisiert non-verbale Handlungen. Die Zeichen/-\ am Zeilenende geben an, ob es sich um eine Stimmensenkung, Stimmlhebung oder um eine in der Schwebe gehaltene Stimme handelt.

*Zusammenfassende Analyse*

In der Szene ›Des is zu lang‹ tragen neben der Aufgabenstellung in erster Linie Torben und die Würfelchen zur Entwicklung der Interaktion bei. Sie sind die beiden Interaktionspartner, die am Fortgang des Geschehens mitwirken. Serkan dagegen, der als zweiter menschlicher Akteur anwesend ist, nimmt im Wesentlichen die Rolle eines Rezipienten ein.

Schon Torbens Eingangsbemerkung »Weiße, was das doofe is?« ist als Turn auf die vor ihm auf den Tisch liegenden Klötzchen deutbar <409–410>. Somit lässt sich rekonstruieren, dass die Klötzchen bereits zu diesem Zeitpunkt Teilnehmer im Interaktionsprozess sind. Sie haben Torben etwas ›zu sagen‹, was er offenbar wahrnimmt und was sein Handeln beeinflusst.

Statt auf Serkans Einwurf in <411> einzugehen, lässt Torben erneut die Steine zum Zuge kommen: Es sind ganz schön viele, deshalb sind sie ›doof‹ zu zählen. Indem die Würfelchen den Turn ausfüllen, fordern sie Torben gleichzeitig zur Übernahme des nächsten Turns auf. Dieser Aufforderung kommt er nach, indem er konstatiert, dass das Zählen bei dieser großen Anzahl problematisch wird: »Man muss nachher zähl'n können« <413>.

In der Folge setzt sich dieses interaktive Wechselspiel Zug um Zug fort. Torben nimmt die Steine weiterhin als Teilnehmer im Lösungsprozess ernst und weist ihnen den nächsten Turn zu. In <414> scheinen sie Torben neben ihrer großen Anzahl und ihrer Zählbarkeit außerdem ihre Unstrukturiertheit und damit die Möglichkeit zum Verändern, zum Umordnen und zum Strukturieren signalisieren. Es wirkt, als forderten sie Torben mit ihrer Botschaft »Wir sind unstrukturiert, also verschiebe, verändere und strukturiere uns neu« geradezu zur Turnübernahme heraus.

Dieser Aufforderung zum Verändern kommt Torben in der Folge nach. Es wirkt, als versuche er, durch Komprimieren der Anordnung die Zählbarkeit der Steine zu optimieren <415–416>. Im Verschieben vernetzen sich Torben und Steine. Torbens Halbsatz »Des zu wissen« <417> wirkt wie der zweite Teil des in <413> begonnenen Satzes zur Problematik der Zählbarkeit der (vielen) Steine.

Indem Torben die Hände von den Steinen nimmt, wirkt es, als gäbe er sie aus der Vernetzung mit seiner Person frei <418>. Nun können sie wieder für sich selbst (zu ihm) ›sprechen‹ und einen eigenen Turn übernehmen. Gleichzeitig entsteht der Eindruck, als spiele er die Situation nach, in der das Tuch von den Klötzchen genommen wird. Flächenoptimiert in zwei Sechserreihen liegen die Steine im Partizipationsstatus von Teilnehmern geordnet und strukturiert auf dem Tisch <419>. In ihrer Bereitschaft gezählt zu werden, fordern sie Torben (und Serkan) wiederum

zur Turn-Übernahme heraus. Im »Gegen-Zug« nimmt Torben auch diese Herausforderung zur Turnübernahme an: »Des is zu lang.« Möglicherweise dauert das Zählen seiner Ansicht nach zu lang. Oder er schätzt eine Reihe aus sechs Würfelchen als eine zu lange Reihe ein. Vielleicht empfindet er auch die von den Steinen abgedeckte Fläche als zu länglich bzw. zu wenig quadratisch.

Als erster empirischer Befund lässt sich ein möglicher Partizipationsstatus der Objekte festhalten: Objekte können den Partizipationsstatus von Teilnehmern innehaben, und in diesem Teilnehmerstatus werden sie von den menschlichen Akteuren im Interaktionsprozess akzeptiert. Hinsichtlich der Klärung des Handlungsbegriffs zeichnen sich folgende Regeln ab: (1) Sobald Objekte als Teilnehmer im Unterrichtsgeschehen mitwirken, tragen sie zum Fortgang der Interaktion bei; (2) Objekte kommen im Unterrichtsgeschehen zum Zug, indem sie einzelne Turns übernehmen; (3) Das Angebot zur Übernahme des nächsten Turns durch Objekte als Teilnehmer kann unterschiedlicher Intensität sein. Es deutet sich eine Differenzierung in Turn-Übernahme-Angebot und Turn-Übernahme-Aufforderung an.

Objekte können *Teilnehmer* im unterrichtlichen Geschehen sein und als solche (inhaltlich mathematisch) zum Fortgang der Interaktion beitragen. Allerdings ist der Partizipationsstatus des Teilnehmers keine feste bzw. stabile Zuschreibung. Objekte haben den Teilnehmerstatus zwar in einzelnen *Moments of Networking* inne, nicht aber dauerhaft. Es ergibt sich damit die Frage, welche anderen Rollen von den Objekten hinsichtlich ihres Partizipationsstatus übernommen werden. Welchen Partizipationsstatus hat beispielsweise das Tuch, mit dem die Lehrerin anfangs die Steine verdeckt hat, in obiger Szene inne? Es ist da, liegt (irgendwo) auf dem Tisch und kommt doch nicht als Teilnehmer zum Zug. Aber es scheint prinzipiell jederzeit möglich, dass einer der Jungen nach dem Tuch greift und es auf diese Weise in das Interaktionsgeschehen als Teilnehmer integriert. Indem Serkan und Torben das Tuch zwar als anwesend, nicht aber unmittelbar in die Interaktionssituation involviert wahrnehmen, weisen sie diesem Objekt-Akteur die Rolle des *Bystanders* zu.

Der zweite empirische Befund lautet: Es lassen sich unterschiedliche Partizipationsstatus für Objekte rekonstruieren: Objekt-Akteure können einerseits den Partizipationsstatus des Teilnehmers innehaben und andererseits die Rolle des Bystanders zugewiesen bekommen. Nicht nur aus theoretischer, auch aus fachdidaktischer Perspektive sind insbesondere die Bedingungen für einen Statuswechsel im Interaktionsverlauf bedeutsam. Wie kommt es dazu, dass Objekte von Bystandern zu Teilnehmern werden?

Der Bystander-Status ist ein interaktiv gebundener Partizipationsstatus. Entsprechend kann sich ein Wechsel des Partizipationsstatus von Bystander zu Teilnehmer immer nur in der Interaktion, initiiert durch

einen zum jeweiligen Zeitpunkt ratifizierten Teilnehmer, entwickeln. Auf der Folie der Idee einer Soziologie der Objekte ist im Hinblick auf den Statuswechsel auslösenden ratifizierten Teilnehmer insbesondere die Unterscheidung in Objekt-Akteure und menschliche Akteure naheliegend. Vor einem fachdidaktischen Hintergrund scheint die zusätzliche Differenzierung der menschlichen Akteure in Schüler und Lehrer angezeigt. Nachstehend wird zunächst auf letztgenannten Fall eingegangen: Objekte werden Teilnehmer, initiiert durch die Lehrperson.

»Probiere es mal mit der Rechenkette.« »Lies erst einmal genau die Aufgabenstellung.« »Schau an die Tafel.« Im Mathematikunterricht der Grundschule ist es alltägliche Praxis, dass Lehrerinnen zur ›Verwendung‹ von Arbeitsmitteln oder Materialien auffordern. Im Kontext dieses Beitrags lässt sich präzisieren: Es lässt sich beobachten, wie Lehrerinnen Schülerinnen und Schüler dazu animieren, Objekte wie Arbeitsmittel oder die Tafel als Teilnehmer im Interaktionsprozess wahrzunehmen. Sie fordern die Kinder auf, den Objekten als Teilnehmer im Lernprozess eine Chance zu geben, zum Zug zu kommen, einen Turn zu übernehmen und durch ihre Beteiligung am Bearbeitungsprozess einen entscheidenden Beitrag zum Fortgang des Lösungsprozesses zu liefern. ›Lass das Material zum Zug kommen, lass es zu dir ›sprechen‹, schenk ihm Beachtung.«

Zur Illustration, wie Objekte initiiert durch die Lehrperson zu Teilnehmern im Unterrichtsgeschehen werden, folgt das Beispiel ›Isch hatt auch so‹ aus dem Datenmaterial. In einer dritten Klasse haben die Kinder zunächst in Einzelarbeit ein Aufgabenblatt bearbeitet, auf dem eine Strecke zeichnerisch gegeben ist. Darunter steht als Arbeitsauftrag: Verlängere um 6cm 4mm (siehe Abb. 2). Grundsätzlich lässt sich diese Aufgabe mathematisch korrekt entweder durch Zeichnen des zweiten Streckenteilstücks und Messen der Gesamtstrecke, oder durch Messen der gegebenen Strecke und Addieren der Längenangaben lösen. Nach der individuellen Beschäftigung mit der Aufgabe diskutieren die Kinder alternative Bearbeitungsweisen im Plenum. Dabei hat jedes Kind sein eigenes Aufgabenblatt vor sich liegen. Sonja stellt ihren Lösungsweg vor und notiert zwei Additionsaufgaben an der Tafel (siehe Abb. 2).

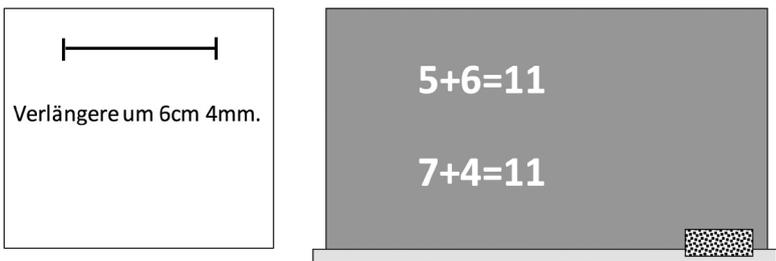


Abb. 2: Aufgabenblatt ›Verlängere‹ und Tafelnotiz Sonja

Bei einigen Kindern werden in der Diskussion Unstimmigkeiten bezüglich des Messergebnisses der gegebenen Strecke laut. In dieser Situation setzt der gewählte Transkriptausschnitt ein.

Z-Nr.	Akteur	Aktivität
156	Tafel	$5+6=11$ $7+4=11$
157	Lehrerin	Schreib mal deine Längen vielleicht oben hin die du gemessen hast- die du raus hast-
158	Sonja	<i>Schreibt</i>
159	Sonja u. Tafel	5cm 7mm $5+6=11$ $7+4=11$
160	Yagmur	Isch hatt auch so- guck- ja ischhatt auch so-

*Transkript 2: Isch hatt auch so.*

### *Zusammenfassende Analyse*

An der Tafel <156> stehen zwei Additionen, beide mit der Summe 11. Auf den ersten Blick scheint es sich um arithmetische Problemstellungen zu handeln. Geht man davon aus, dass Sonjas Tafelnotiz im Zusammenhang mit der Aufgabenstellung ›Verlängere‹ steht, dann lassen sich die Aufgaben auch als Additionen von Größen deuten, bei denen die Maßangaben weggelassen wurden. Eine Interpretation der Zeilen als Kurzschreibweisen von  $5\text{cm}+6\text{cm}=11\text{cm}$  und  $7\text{mm}+4\text{mm}=11\text{mm}$  scheint naheliegend.

In der Situation, in welcher Unstimmigkeit über die Länge der gegebenen Strecke besteht, sagt die Lehrerin »Schreib mal deine Längen vielleicht oben hin, die du gemessen hast, die du raus hast.« <157>. Diese Äußerung lässt sich als Turn auf das Angebot der Tafel zu verstehen. »Ich habe Zahlen und Additionen zu bieten« scheint die Botschaft der Tafel zu sein. Wer von den Beteiligten zu diesem Zeitpunkt die Tafel als Bystander wahrnimmt, und wer sie als Teilnehmer auffasst, lässt sich nicht rekonstruieren. Deutlich wird aber, dass die Tafel, verstanden als Teilnehmer in der Interaktionssituation, ihren Teil zur Verwirrung beitragen kann. Statt Messergebnisse bietet sie Additionsaufgaben. Inhaltlich fordert die Lehrerin Sonja auf, ihre Messergebnisse explizit zu machen und an die Tafel zu schreiben. Dadurch werden diese sichtbar und vergleichbar. Partizipationstheoretisch betrachtet fordert sie Sonja zur Vernetzung mit dem Objekt-Akteur Tafel auf.

Sonja und die Tafel nehmen den angebotenen Turn an <I58–I59>. Sonja schreibt, und an der Tafel werden die Messergebnisse sichtbar. Die Tafel hat, initiiert durch die Lehrerin, nun in der Vernetzung mit dem Mädchen den Teilnehmerstatus inne. Aus dieser Bindung scheinen sich Tafel und Sonja jedoch gleich darauf zu lösen. Mit hohem Aufforderungscharakter zeigt die Tafel deutlich sichtbar Sonjas Messergebnis und scheint es zur Verhandlung anzubieten.

Yagmur geht auf diese Aufforderung zur Turn-Übernahme ein. »Ich hatt auch so- ja guck- isch hatt auch so.« <I60>. Sie bestätigt Sonjas Messergebnis, weil sie selbst das gleiche Messergebnis hat. An dieser Stelle scheint für Yagmur ein weiteres Objekt als Teilnehmer im Geschehen aktiv zu werden. »Guck« scheint auf eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse auf optischer Ebene hinzudeuten. Es entsteht der Eindruck, als setze sie ihren eigenen Aufschrieb mit den Längen an der Tafel in Beziehung. Sowohl ihr eigenes Werk, als auch die Tafel sind für sie in dieser Unterrichtssituation als Teilnehmer aktiv.

Bezüglich der Ausdifferenzierung des Handlungsbegriffs bei Objekten erweist sich an dieser Stelle eine Argumentationsanalyse als aufschlussreich. Die Länge der zeichnerisch gegebenen Strecke ist 5 cm 7 mm, weil die Messergebnisse von Yagmur und Sonja übereinstimmen.

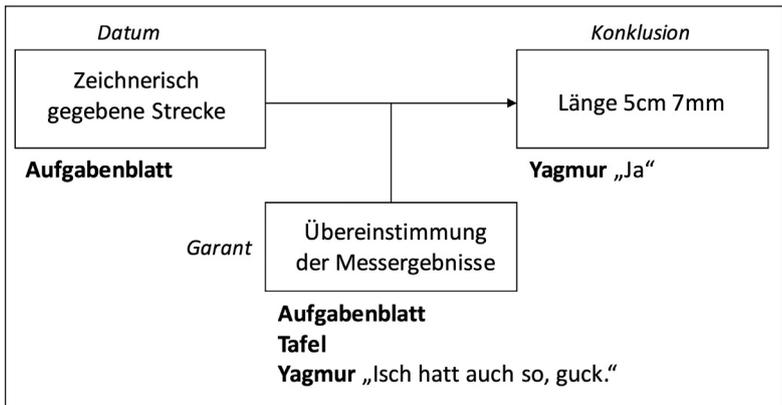


Abb. 3: Layout zu ›Ich hatt auch so‹.

Das Datum der Argumentation wird vom Aufgabenblatt übernommen. Es zeigt die gegebene Strecke, die als gegebene Information unstrittig ist. Die Konklusion ›Ja, die Strecke ist 5cm 7mm lang‹ wird mit Yagmur durch einen menschlichen Akteur formuliert. Für die Hervorbringung des Garanten wirken die beiden Objekte Aufgabenblatt und Tafel, sowie das Mädchen Yagmur zusammen. In der Vernetzung führen sie die Übereinstimmung der Messergebnisse als Legitimation des Schlusses an.,

Nicht nur die Lehrerin, auch beteiligte Schüler und auch Objekt-Akteure können den Statuswechsel von Objekten auslösen. Die Szene ›Nehmen wir die mal zur Hilfe‹ illustriert, wie beteiligte Schüler dann, wenn ein Lösungsprozess ins Stocken gerät, Objekte als Teilnehmer in den Interaktionsprozess aufnehmen. Weiterhin lässt sich wie schon in der Szene ›Isch hatt auch so‹ rekonstruieren, wie Objekte, sofern sie Teilnehmer im Interaktionsprozess sind, den Statuswechsel weiterer Objekte nach sich ziehen.

In der ausgewählten Szene versuchen zwei Drittklässlerinnen, 1000 Punkte gerecht an drei Kinder zu verteilen. Grundsätzlich kommt im Zusammenhang mit der Lösung der Aufgabe eine mathematisch korrekte restlose Division in Frage, die im Bereich der Drittelung des letzten Punktes allerdings den Lernstoff der Grundschule überschreitet. Im den Kindern vertrauten Zahlbereich der natürlichen Zahlen ist ein Verteilen lediglich mit Rest möglich ( $1000:3=333R1$ ). Schließlich wäre auch eine ›sozialverträgliche‹ Verteilung denkbar, die nicht dem mathematischen Modell der Division entspricht. Ein Kind könnte 50 Punkte bekommen, vielleicht weil es das größte ist. Die beiden anderen könnten sich die verbleibenden Punkte so aufteilen, dass einer 20, und der andere 30 Punkte erhält. An Materialien sind neben dem Aufgabenblatt, ein Stift, eine Schere und eine Schale mit Hunderterpunktfeldern in Bereitschaft. Diese Punktfelder sind ein im Grundschulmathematikunterricht gebräuchliches Material zur Arbeit im Zahlenraum bis 1000 (siehe Abb. 4).

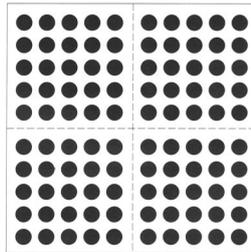


Abb. 4:  
Hundertpunktfeld

Zu dem Zeitpunkt, als das Transkript einsetzt, haben die Mädchen erste Lösungsansätze entwickelt, ohne dabei die Materialien zum Zuge kommen zu lassen. Gedanklich haben sie bereits 900 Punkte verteilt.

### *Zusammenfassende Analyse*

Zu Beginn der Szene <154–155> halten beide Mädchen Blickkontakt. Sie sind die Teilnehmer der Interaktion. Sonjas Äußerung, dass noch hundert übrigbleiben, wirkt durch die mit in der Schwebe gehaltene

Z-Nr.	Akteur	Aktivität
154	M u. S	<i>Blickkontakt</i>
155	S	Bleiben noch hundert übrig -
156	M	<i>schauf auf das Aufgabenblatt (3 Sec)</i>
157	Blatt	<i>Aufgabe: Verteile 1000 Punkte gerecht an 3 Kinder.</i>
158	M	Nein\ bleiben noch <b>zehn</b> übrig \ <i>Schau vom Blatt auf zu S</i>
159	M u. S	<i>Blickkontakt</i>
160	S	Ja <b>zehn</b> halt\ <i>schauf in den Raum hinein</i>
161		Das is eigentlich dann mit Re Rest – <i>schauf wieder zu M</i>
162	M u. S	<i>Blickkontakt</i>
163	M	<i>nickt, wendet dabei den Blick von S zum Blatt</i>
164	Blatt	<i>Aufgabe: Verteile 1000 Punkte gerecht an 3 Kinder.</i>
165	M	Aber wir müssen das <b>ohne</b> reschen <i>zeigt bei „ohne“ kurz mit links auf das Aufgabenblatt</i>
166	Blatt	<i>Aufgabe: Verteile 1000 Punkte gerecht an 3 Kinder.</i>
167	M, Felder und Schale	 <i>M greift mit links zur Schale mit den Hunderterpunktfeldern</i>
168		<i>Nehmen wir die mal zur Hilfe /</i>
169	S	<i>schauf auf die Felder und Martinas Hand</i>
170	M, Felder und Schale	
171	>S	#Ja \
172	M, Felder und Schale	 <i>M nimmt den Stapel Felder aus der Schale und schiebt die Schale weg</i>

*Transkript 3: >Nehmen wir die mal zur Hilfe<.*

Stimme wie ein Diskussionsangebot. Unsicherheit scheint mitzuschwingen. Sie lässt einen Slot und ermöglicht damit Martina die Übernahme des nächsten Turns.

Diese nimmt Sonjas Turnangebot jedoch zunächst nicht an. Sie schaut auf das Blatt, als vermute sie dort einen klärenden Hinweis <156>. In der Krisensituation nimmt sie das unspezifische Turnangebot, welches das Blatt als Bystander dauerhaft bereithält *auf*. (>Ich bin bereit, ihr könnt

mich mitmachen lassen»). Somit kommt das Blatt zum Zug und wird, zumindest für Martina, zum Teilnehmer im Interaktionsprozess <157>. Es hält eine Reihe von Informationen bereit, die insbesondere in einer Botschaft zu münden scheinen, die sich pointiert formulieren lässt: ›Einfach‹ lösbare Aufgabe ist es, 1000 Punkte gerecht an drei Kinder zu verteilen, sodass jeder gleich viel bekommt.

Mit »Nein, bleiben noch zehn übrig« <158> nutzt Martina zum Einen den von Sonja angebotenen Slot und bestätigt die Tatsache, dass etwas übrig bleibt, korrigiert aber die Höhe des Restes auf 10. Zum Anderen nimmt sie das dauerhafte Turnangebot des Blattes *an*, welches ein gerechtes Verteilen einfordert. Durch ihren Blickwechsel vom Blatt zu Sonja scheint sie der Freundin nahezulegen, das Blatt als Teilnehmer zu integrieren: ›Schau dir das Angebot des Blattes an‹.

In der Folge haben die Mädchen kurz Blickkontakt. Sonja stimmt offenbar leicht ungehalten der Korrektur des Restes zu <160>. Nachdenklich schaut sie in den Raum hinein. Dadurch wird deutlich, dass sie Martinas Angebot, das Blatt als Teilnehmer zu integrieren, zu diesem Zeitpunkt (noch) ablehnt. Sie scheint ›im Raum‹ auf Antwortsuche zu gehen – und wird auch fündig. Sie hat die passende Kategorie für das gegebene Problem gefunden: Es ist eine Divisionsaufgabe mit Rest. Mathematisch ist das korrekt. Sie fordert Martina erneut zur Turnübernahme auf, indem sie diese anschaut <161>. Martina erwidert ihren Blick: Zwei Mädchen gestalten den Interaktionsprozess.

Martina nickt, nimmt also Sonjas Turn an, verbindet diese Turnannahme aber mit einem Blickwechsel zum Blatt <163>. Erneut lässt sie das Blatt zum Zug kommen <164>, und erneut scheint sie an Sonja die Einladung zu schicken, dieses Objekt als Teilnehmer zu akzeptieren. Zu diesem Zeitpunkt nimmt Martina insbesondere die Botschaft des gerechten Verteilens auf, die sie als Verteilen ohne Rest interpretiert.

Als Turn auf den Hinweis durch das Blatt insistiert sie, dass ohne Rest gerechnet werden soll <165>. Bei ›ohne‹ zeigt sie wie zum Beleg auf das

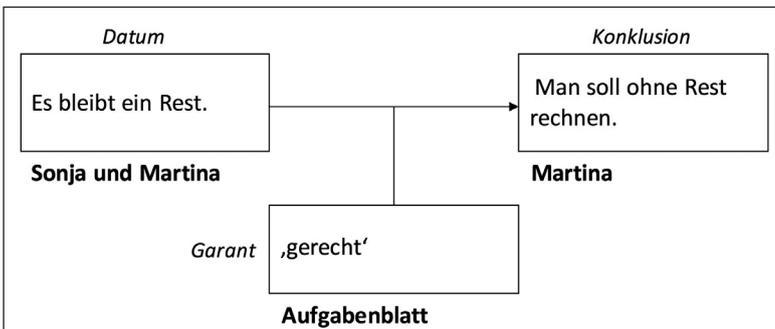


Abb. 5: Layout (1) zu ›Nehmen wir die mal zur Hilfe‹.

Papier. Mit dieser Geste initiiert sie für das Aufgabenblatt explizit den Wechsel aus dem Bystander- in den Teilnehmer-Status. Das Blatt wird in der Interaktion zum aktiven Teilnehmer, indem es in der aktuell hervorgebrachten Argumentation den Garanten übernimmt: Wir sind uns einig, dass beim Verteilen etwas übrig bleibt. Wir sollen aber ohne Rest rechnen, weil das Aufgabenblatt das so einfordert.

In dieser inhaltlichen wie argumentativen Pattsituation, in welcher der Fortgang der Interaktion ungewiss ist, geht Martina zum wiederholten Mal auf das Turnangebot des Blattes ein. Aus dem unspezifischen Turnangebot des Bystanders ist nun ein Turnangebot eines teilnehmenden Objektes mit starkem Aufforderungscharakter geworden.

Das Blatt zeigt, dass es bei dem Verteilen um *Punkte* geht <166>. Dies scheint der entscheidende Hinweis zu sein, mit dem dieses Objekt indirekt über Martinas Folgeturn weitere Objekte zu Teilnehmern im Interaktionsprozess macht: Die Schale mit den Hunderterpunktfeldern wechselt den Status. Angeregt durch das Blatt und dessen Hinweis auf die Punkte greift Martina zu der Schale mit den Punktfeldern <167>. Dadurch lässt sie den Bystander-Status hinter sich, in dem sie unspezifisch und dauerhaft das Angebot zum Mitmachen bereitgehalten hat. Jetzt wird die Schale mit den Punktfeldern zum Teilnehmer im Bearbeitungsprozess, »eingeladen« durch den Objekt-Akteur Blatt und den menschlichen Akteur Martina.

»Nehmen wir die mal zu Hilfe?« <168>. Damit macht Miriam die Punktfelder explizit zu Teilnehmern im Bearbeitungsprozess. Wieder werden die Objekte aktiv, indem sie Argumentationsanteile übernehmen: Wir brauchen Hilfe. Die Hunderterpunktfelder können eine Hilfe sein, weil das Aufgabenblatt von Punkten spricht.

Sonja schaut auf die Felder und Martinas greifende Hand <169>. Es wirkt, als nehme sie diese Objekte tatsächlich erst jetzt als Teilnehmer

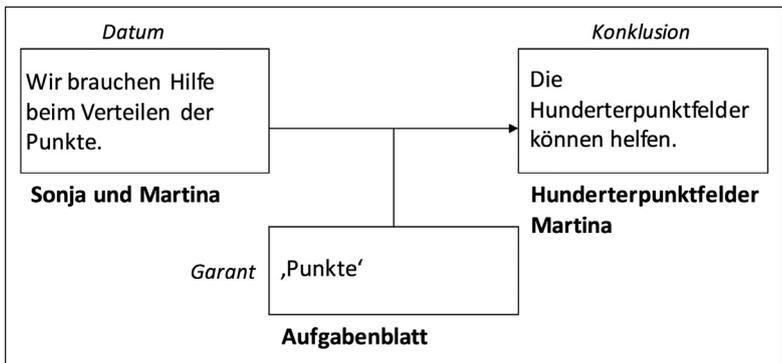


Abb. 6: Layout (2) zu »Nehmen wir die mal zur Hilfe«.

wahr, die ihnen beiden im Lösungsprozess weiterhelfen könnten. Mit ›Ja‹ stimmt sie zu, die Punktfelder zu integrieren <170>. Blatt und Punktfelder sind nicht mehr länger nur auf der individuellen Ebene, also aus Martinas Perspektive, Teilnehmer im Bearbeitungsprozess. Jetzt ist ihr Partizipationsstatus interaktiv ausgehandelt. Beide Mädchen akzeptieren die Objekt-Akteure als Teilnehmer.

Martina schiebt die Schale weg <172>. Damit verdeutlicht sie, dass es um die Punktfelder geht. Sie sind Teilnehmer im Interaktionsprozess. Der Schale dagegen weist sie mit dem Fortschieben wieder den Status des Bystanders zu. Im weiteren Verlauf des Lösungsprozesses zählen die beiden Freundinnen zunächst zehn Hunderterpunktfelder wie Spielkarten auf den Tisch. Sie verteilen neun Felder auf drei Stapel und lösen das Verteilen des letzten Feldes durch das Hinzuziehen der Schere. Sie arbeiten erfolgreich an der mathematisch korrekten Lösung ohne Rest.

Die Bedingungen zum Wechsel des Partizipationsstatus bei Objekten von Bystandern zu Teilnehmern im Interaktionsprozess lassen sich wie folgt beschreiben (dritter empirischer Befund):

(1) Der Wechsel des Partizipationsstatus von Objekte von Bystandern zu Teilnehmern wird durch bereits ratifizierte Teilnehmer im Interaktionsprozess initiiert. Im Mathematikunterricht der Grundschule können diese ratifizierten Teilnehmer, die dafür sorgen, das Objekte von Bystandern zu Teilnehmern werden, prinzipiell die Lehrerin, beteiligte Schülerinnen und Schüler, aber auch Objekt-Teilnehmer wie beispielsweise Arbeitsmittel oder die Tafel sein.

(2) Schüler lassen Objekte insbesondere dann zum Zug kommen, wenn ihr Bearbeitungsprozess ins Stocken gerät. Es lässt sich rekonstruieren, wie Objekte im Teilnehmerstatus in der Folge entscheidend zum Fortgang der Interaktion beitragen.

(3) Wird ein Objekt zum Teilnehmer, zieht es in vielen Fällen den Statuswechsel andere Objekte nach sich. Der Teilnehmerkreis öffnet sich.

Außerdem lässt sich auf der Grundlage der Analysen genauer rekonstruieren, wie Objekte im Interaktionsprozess ihren Beitrag leisten, was sie ›tun‹. Eine Differenzierung des Handlungsbegriffs wird möglich. (1) Objekte im Bystander-Status induzieren Turns, sie halten ein unspezifisches Angebot zur Turn-Übernahme bereit. (2) Objekte im Partizipationsstatus von Teilnehmern können Turns anbieten, aber auch zur Turn-Übernahme herausfordern. (3) Wechseln Objekte ihren Partizipationsstatus und werden als Teilnehmer im Interaktionsprozess aktiv, so übernehmen sie Argumentations-Anteile. Sie übernehmen das Datum oder den Garant, oder sie wirken in der Hervorbringung der Konklusion mit.

## IV. Zusammenfassung

### *Mit Objekten rechnen*

Objekte sind am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit beteiligt, sie spielen eine Rolle an der Entwicklung unterrichtlicher Interaktionsprozesse. Auf der Grundlage der Analyse und Komparation zahlreicher empirischer Beispiele, von denen einige wenige im vorliegenden Beitrag als illustrierende Analysebeispiele vorgestellt wurden, lässt sich pointiert festhalten: Man darf in Mathematikunterricht der Grundschule mit Objekten rechnen.

Im Folgenden sind die empirischen Forschungsergebnisse zusammengefasst. Dabei gehe ich zunächst auf die methodische Ebene ein und stelle die entwickelten Möglichkeiten des analytischen Zugriffs auf die Beteiligung von Objekten am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit vor. Im Anschluss präsentiere ich die empirischen Befunde, welche auf der theoretischen Ebene zu verorten sind. Dabei beschreibe ich zum Einen diejenigen Partizipationsstatus, welche Objekte innehaben können, und fasse zum Anderen zusammen, welche Formen des Wirkens von Objekten sich im Unterrichtsgeschehen rekonstruieren ließen. Fachdidaktische Befunde bleiben im Zusammenhang dieses Beitrags unberücksichtigt.

Das Wirken von Objekten ist in besonderem Maße abhängig von der Wahrnehmung bzw. Deutung durch menschliche Akteure. Erst in einzelne Moments of Networking wird ihr Wirken in der Inter-Aktion mit menschlichen Teilnehmern rekonstruierbar. Die Grundidee des analytischen Zugriffs auf die Beteiligung von Objekten im Unterrichtsgeschehen ist der *mittelbare* Zugriff auf deren ›Handeln‹ über eine Objekt-integrierende extensive Analyse auf der Turn-Ebene. Dabei wird insbesondere von der *Analyse der Turn-Übernahme* Gebrauch gemacht. Die Übernahme eines durch ein Objekt angebotenen Turns verweist gleichzeitig auf den vorherigen Zug des Objekts. Mit anderen Worten: Die Art und Weise, wie Schülerinnen und Schüler oder die Lehrperson als Turn auf ein Objekt agieren, erlaubt Rückschlüsse auf die Art der Beteiligung des Objekts. Was hat ihnen das Objekt, als es am Zug war, zu ›sagen‹ gehabt?

Das zweite methodische Standbein der Untersuchungen zur Beteiligung von Objekten ist die funktionale Argumentationsanalyse nach Toulmin (2003). Anders als die Analyse der Turn-Übernahme, welche die *sukzessive* Entwicklung einer Interaktion zu rekonstruieren vermag, zielt die Argumentationsanalyse auf die *Funktion* einzelnen Handlungen innerhalb einer Argumentation. Damit bietet die Argumentationsanalyse prinzipiell die Chance, der Dauerhaftigkeit von Objekten gerecht zu werden.

Sowohl die im Beitrag eingeführte *Analysemethode der Turn-Übernahme*, als auch die *Argumentationsanalyse* bewähren sich. Beide Methoden ergänzen sich. Für den Leser wurde versucht, dies im empirischen Teil nachvollziehbar zu machen.

Auf theoretischer Ebene lässt sich festhalten: Objekte können in der Interaktion unterschiedliche *Partizipationsstatus* innehaben. Entweder können sie von den übrigen beteiligten Akteuren als *Bystander* wahrgenommen werden. Das ist dann der Fall, wenn die aktiv in der Interaktion mitwirkenden Beteiligten das Objekt zwar als anwesend realisieren, nicht aber als unmittelbar in die Interaktion involviert einschätzen. Oder Objekte haben die Rolle von *Teilnehmern* inne. Als solche sind sie von den übrigen Beteiligten als Mitwirkende am Vollzug sozialer Unterrichtswirklichkeit akzeptiert.

Der Partizipationsstatus von Objekten ist keine feste Zuschreibung. Ein Objekt, was eben noch als Bystander wahrgenommen wurde, kann im nächsten Moment schon ein Teilnehmer in der Interaktion sein. Solche Statuswechsel vom Bystander zum Teilnehmer werden durch die übrigen Beteiligten der Interaktion ausgelöst, wobei menschliche, wie auch ratifizierte Objekt-Akteure den Rollenwechsel initiieren können. Es lassen sich unterschiedliche Emergenz-Bedingungen für entsprechende Statuswechsel festhalten:

- Objekte werden zu Teilnehmern, wenn der Interaktions- bzw. Lösungsprozess im Kreis der bis dato beteiligten ratifizierten Akteure ins *Stocken* gerät. Die Öffnung des Teilnehmerkreises und das Einbinden eines Objektes, welches bis dahin im Bystander-Status verharrte, tragen in solchen Fällen oft zum Fortgang der Interaktion bei. Diese Bedingungen für einen Statuswechsel nach dem Stocken des Bearbeitungsprozesses ergeben sich insbesondere in Partner- oder Gruppenarbeit, wenn ein geringes Maß an Intervention durch die Lehrerin erfolgt.
- Außerdem lässt sich rekonstruieren, dass Objekte dann ihren Status wechseln, wenn die *Lehrperson* die beteiligten Schüler auf das Turnangebot, was das jeweilige Objekt offeriert, aufmerksam macht.
- Zu Beginn eines mathematischen Bearbeitungsprozesses werden Objekte dann zu Teilnehmern der Interaktion, wenn die *Aufgabenstellung* und somit ein Objekt-Akteur das Einbeziehen der Materialien explizit fordert. Generell lässt sich beobachten, dass *Objekte*, sobald sie zu Teilnehmern werden, in vielen Fällen den Statuswechsel weiterer Objekte von Bystandern zu Teilnehmern nach sich ziehen.

In Bezug auf die Differenzierung des Handlungsbegriffs im Zusammenhang mit der Beteiligung von Objekten an unterrichtlichen Interaktionsprozessen lässt sich zusammenfassen: Als Bystander halten Objekte *unspezifische Angebote zur Turn-Übernahme* bereit. Diese unspezifischen

Turn-Angebote können von den übrigen Beteiligten der Interaktion *aufgenommen* werden. In der Rolle von Teilnehmern kommen Objekte zum Zug, indem sie *Turns übernehmen*. Dadurch machen sie gleichzeitig ein *Angebot zur Turn-Übernahme* an die übrigen Teilnehmer. Dieses Angebot kann einen unterschiedlich stark ausgeprägten Aufforderungscharakter haben und vom *Angebot* bis zur *Herausforderung* zur Übernahme des nächsten Turns reichen. In der Folge nehmen die übrigen Beteiligten solche spezifischen Turn-Übernahmeangebote *an*.<sup>6</sup>

Objekt-Teilnehmer *wirken an der Entwicklung eines Interaktionsprozesses mit*. Insbesondere können sie zum Fortgang des Bearbeitungsprozesses beitragen, wenn dieser (inhaltlich) ins Stocken gerät. Bisweilen übernehmen sie die Rolle des Interaktions-Partners eines Schülers oder einer Schülerin und tragen dann nicht nur zur Weiterentwicklung der Interaktion bei, sondern wirken richtungsweisend für deren Verlauf.

Wenn Objekte als Teilnehmer im Interaktionsprozess am Zug sind, *übernehmen* sie, insbesondere im Zusammenhang mit dem Statuswechsel, *Argumentationsanteile* einer (kollektiv hervorgebrachten) Argumentation. Als Datum verdeutlichen sie, wovon ausgegangen wird, oder sie wirken in der Hervorbringung der Konklusion mit. Übernehmen sie den Garanten, so tragen sie zur Legitimierung des Schlusses bei. Die Elemente, die im Rahmen einer ›klassischen‹ Argumentationsanalyse als non-verbale Elemente bezeichnet werden (vgl. Fetzer 2010; Fetzer 2011) sind die Stellen, an denen Objekte als Teilnehmer im Interaktionsprozess durch Übernahme von Argumentationsanteilen mitwirken. Diese Elemente werden non-verbal explizit gemacht, sind also nicht akustisch, sondern über andere Sinneskanäle wahrnehmbar – allerdings nicht (nur) durch menschliche Akteure, sondern (vor allem auch) durch Objekt-Teilnehmer.

Mit der Ameise ANT im Ohr, verändert sich der Blick auf die Objekte der Mathematikdidaktik. Arbeitsmittel und Materialien, Tafel und Arbeitsblatt hinterlassen ihre Spuren im Vollzug der Unterrichtswirklichkeit und tragen zur Entwicklung von Bearbeitungs- und Lösungsprozessen

6 Als Turn auf menschliche Handlungen konnten an anderer Stelle neben der Turn-Annahme und der Turn-Aufnahme außerdem die Turn-Ablehnung und das Ergreifen eines Turns herausgearbeitet werden (s.o. und vgl. Fetzer 2007). Das Ergreifen und das Ablehnen eines durch einen Objekt-Akteur angebotenen Turns jedoch sind grundsätzlich empirisch nicht rekonstruierbar. Das Ergreifen eines Turns impliziert, dass ein Turnangebot weder zu dieser Zeit noch an diesen Akteur adressiert war. Im Falle von Objekten liegt jedoch ein dauerhaftes Turnangebot vor. Eine ›Unzeit‹ zur Übernahme kann es folglich ebenso wenig geben, wie eine ›Fehladressierung‹. Das Ablehnen eines Turnangebots ist lediglich als Gegenstück zur Turn-Annahme zu rekonstruieren. Empirisch scheint das wenig belastbar und vage.

bei. Damit wirken sie auch im mathematischen Lernen der Kinder. Die Mathematikdidaktik scheint gut beraten, mit ihren Objekten zu rechnen.

## Literatur

- Bjuland, R./Cestari, M. L./Borgersen, H. E., 2007: Pupils' Mathematical Reasoning Expressed through Gesture and Discourse: A Case Study from a Sixth Grade Lesson. In: D. Pitta-Pantazi/G. Phillipou (Hg.) Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5, Cyprus), (S. 1129–1139). <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg6-06-bjuland-et-al.pdf> (letzter Abruf 28.02.2013)
- Dörfler, W., 2006: Diagramme und Mathematikunterricht. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 27 (3/4): 200–219.
- Fetzer, M., 2007: Interaktion am Werk. Eine Interaktionstheorie fachlichen Lernens, entwickelt am Beispiel von Schreibenlässen im Mathematikunterricht der Grundschule. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Fetzer, M., 2009: Objects as Participants in Classroom Interaction. In: V. Durand-Guerrier/S. Soury-Lavergne/F. Arzarello (Hg.) Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, (CERME 6, Lyon), (S. 974–983). <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg6-15-fetzer.pdf> (letzter Abruf 28.02.2013)
- Fetzer, M., 2010: Reassembling the Social Classroom. Mathematikunterricht in einer Welt der Dinge. In: B. Brandt/M. Fetzer/M. Schütte (Hg.) *Auf den Spuren Interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik*. Münster: Waxmann. S. 267–290.
- Fetzer, M., 2011: Wie argumentieren Grundschul Kinder im Mathematikunterricht? Eine argumentationstheoretische Perspektive. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 32(1): 27–51.
- Fetzer, M., 2012: Lernen in einer Welt der Dinge. Methodologische Diskussion eines Objekt-integrierenden Ansatzes zur mikroethnografischen Unterrichtsanalyse. In: B. Friebertshäuser, H. Kelle u. a. (Hg.) *Feld und Theorie. Herausforderungen erziehungswissenschaftlicher Ethnographie*. Opladen: Barbara Budrich.
- Goffman, E., 1981: *Forms of Talk*. Philadelphia: University of Philadelphia Press.
- Jungwirth, H., 2006: Die Intervention des Computers. In: H. Jungwirth/G. Krummheuer (Hg.) *Der Blick nach innen: Aspekte der alltäglichen Lebenswelt Mathematikunterricht*. Band 1. Münster: Waxmann, S. 119–152.
- Krummheuer, G., 1995: The ethnography of argumentation. In: P. Cobb/H. Bauersfeld (Hg.) *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, S. 229–269.

- Krummheuer, G./Brandt, B., 2001: Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule. Weinheim: Beltz.
- Krummheuer, G./Fetzer, M., 2005: Der Alltag im Mathematikunterricht. Beobachten, Verstehen, Gestalten. München: Spektrum Akademischer Verlag.
- KMK 2005: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. München/Neuwied: Wolters-Kluwer/Luchterhand Verlag. Beschluss vom 15.10.2004.
- Kopperschmidt, J., 1989: Methodik der Argumentationsanalyse. Stuttgart: Frommann-Holzboog.
- Latour, B., 2001: Eine Soziologie ohne Objekt? Anmerkungen zur Interobjektivität. Berliner Journal für Soziologie 11, S. 237–252 [zuerst 1994].
- Latour, B., 2005: Reassembling the Social. An Introduction to Actor-Network-Theory. Oxford: University Press.
- Lorenz, J. H., 1992: Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht – Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung. Göttingen: Hogrefe.
- Meyer, M., 2007: Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument. Hildesheim: Franzbecker.
- Nührenbörger, M., 2009: Interaktive Konstruktionen mathematischen Wissens – Epistemologische Analysen zum Diskurs von Kindern im jahrgangsgemischten Anfangsunterricht. In: Journal für Mathematikdidaktik 30(2): 147–172.
- Nührenbörger, M./Steinbring, H., 2008: Manipulatives as tools in teacher education. In: D. Tirosh/T. Woods (Hg.): Tools and Processes in Mathematics Teacher Education. Volume 2 of the International Handbook of Mathematics Teacher Education. Rotterdam: Sense Publishers, S. 157–182.
- Presmeg, N., 2006: Semiotics and the »connections« standard: Significance of semiotics for teachers of mathematics. In: Educational Studies in Mathematics 61: 163–182.
- Sacks, H., 1996. Lectures on Conversation. Oxford u.a.: Cambridge.
- Schreiber, C., 2010: Semiotische Prozesskarten. Chatbasierte Inskriptionen in mathematischen Problemlöseprozessen. Münster: Waxmann.
- Schwarzkopf, R., 2000. Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker.
- Söbbeke, E., 2005: Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern – Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel. Hildesheim: Franzbecker.
- Steinbring, H., 2006: What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. In: Educational Studies in Mathematics 61: 133–162.
- Toulmin, S., 2003: The Uses of Argument. Cambridge: Cambridge University Press.

Yackel, E., 2001: Explanation, justification and argumentation in mathematics classroom. In: M. v. d. Heuvel-Panhuizen (Hg.): Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1. Utrecht: Freudenthal Institute, S. 9–23.

