

## B. Naturgesetze in Keplers Himmel

### I. Naturgesetze

In Kapitel vier des ersten Buches von *De Revolutionibus* nennt Kopernikus die grundlegenden Annahmen seiner Astronomie. Im Einklang mit der Tradition der ptolemäischen Astronomie verwendet er für die astronomischen Modelle eine Überlagerung rotierender Kreise und Epizyklen zur Beschreibung der sichtbaren Bewegungen der Planeten. Die Wahl rechtfertigt er mit dem Satz, zunächst in der englischen Übersetzung von Rosen:

»We must acknowledge, nevertheless, that their motions are circular or compounded of several circles, because these nonuniformities recur regularly according to a constant law.«<sup>2</sup>

Fateri nihilominus oportet circulares esse motus, vel ex pluribus circulis compositos, eo quod inaequalitates huiusmodi certa lege, stisque observant restitutionibus.<sup>3</sup>

Dies ist nicht die einzige Stelle, an welcher sich Kopernikus auf Gesetze bezieht. In der kurzen Abhandlung, *Commentariolus* genannt, die er ungefähr dreißig Jahre vor der Veröffentlichung von *De Revolutionibus* geschrieben und an seine Freunde versandt hatte, wies er darauf hin, daß ein bestimmtes Charakteristikum der Planetenumlaufbahnen die Wahrheit eines Bewegungsgesetzes bezeuge:

»The same reasoning must be employed also with the other motions of the heavenly bodies because their apsides, which are likewise fixed in the firmament, with their true testimony make manifest the laws of the motions as well as heaven itself.«<sup>4</sup>

Im Gegensatz zu Hypothesen, die entweder wahr oder falsch sein können, implizieren Gesetze für Kopernikus Wahrheit. Gesetze existieren, auch wenn man sie nicht vollständig versteht:

»But even though the law involved is not yet sufficiently understood, it is less surprising that all these phenomena can occur on account of the earth's motion.«<sup>5</sup>

Kopernikus verwendet den Terminus »Gesetz« unter Bezugnahme auf spezifische Gesetze und nutzt den Plural. So sagt er, daß die Bewegungen der

2 Übersetzung Rosens, die Übersetzung *certa lege* durch konstante Gesetze wird später thematisiert. Copernicus 1992a, S. 11.

3 Copernicus 1984, S. 10.

4 Copernicus 1992b, S. 84. Eadem ratio in aliis etiam motibus siderum habenda est, quod absides eorum et statae sub firmamento motuum leges docent, ac coelum ipsum veraci testimonio. Copernicus 1990, S. 14.

5 Copernicus 1992b, S. 83; Rosens Übersetzung – außer »law«, da Rosen »principle« für *lex* heranzieht.

äußeren Planeten anderen Gesetzen folgen als die der inneren Planeten, obwohl sich die Geometrie ihrer epizyklischen Modelle nicht grundsätzlich unterscheidet.<sup>6</sup> Kopernikanische Gesetze sind somit nicht allgemeine Regularitäten, die für alle Planeten gleichermaßen gelten.

Obwohl »lex« bei Kopernikus einige Male verwendet wird, stellt sich die Frage, wie zentral dieser Begriff für seine astronomischen Neuerungen ist. Die Wichtigkeit für die Rechtfertigung oder gar Einführung der heliozentrischen Kosmologie läßt sich weder am Vorkommen dieses Begriffs, der Häufigkeit seiner Verwendung, noch danach beurteilen, ob der Autor selbst dessen Bedeutung explizit hervorhebt. All dies sind keine Gründe dafür, daß ein bestimmter Begriff bei der Entstehung oder Rechtfertigung einer neuen Theorie eine entscheidende Rolle gespielt hat. Es kann immer sein, daß derartige Begriffe oder Thesen in den Texten benutzt werden, ohne als historisch wirksame Gründe eine Rolle gespielt zu haben. Grundsätzlich stellt sich somit die Frage nach der Beurteilung der Relevanz eines Begriffs oder einer Aussage für die wissenschaftliche Entwicklung. Das Problem wird besonders augenfällig bei der Interpretation der Rolle des Naturgesetzes im Werk von Johannes Kepler. In der sehr dynamischen Phase der Entwicklung seiner neuen Astronomie zwischen 1600 und 1605 erörtert Kepler in seinen publizierten und unpublizierten Werken sowie in seinem Briefwechsel eine Reihe höchst unterschiedlicher Ideen. Er spekuliert über physikalische Mechanismen, die seine astronomischen Befunde erklären könnten; er diskutiert religiöse Fragestellungen und philosophische Grundlagen einer Epistemologie der neuen Wissenschaft und reflektiert über die Gewißheit astrologischer Befunde. Es gibt kaum ein Thema der Zeit, das von ihm nicht angeschnitten wurde. Doch welche der Ansichten spielte bei seinen bahnbrechenden Neuerungen eine relevante Rolle? Die Antwort auf diese Frage läßt sich weder durch die Feststellung einer zeitlichen Abfolge von Ideen noch dadurch ermitteln, wie in einer überschaubaren Zeitspanne bestimmte (Schlüssel-) Begriffe verwendet werden. Auf diese Weise läßt sich nicht herausfinden, ob ein Begriff eine neue Entwicklung einleitet, ob er deren Folge ist oder ob er gänzlich beiläufig verwendet wird. Die Frage nach dem relevanten Einfluß von Faktoren auf die Wissenschaftsentwicklung läßt sich nur dadurch beantworten, daß in einem *dynamischen Modell* der Wissenschaftsentwicklung die Faktoren zur Veränderung von wissenschaftlichen Inhalten, von Instrumenten und Praktiken als relevant ausgewiesen werden können.

Im Folgenden wird die Entwicklung der Kopernikanischen und Keplerschen Astronomie dargestellt, wie sie sich nach einer detaillierten Rekonstruktion der Arbeitsschritte beider Astronomen ergeben hat. Im Falle von Kopernikus ist die Rekonstruktion besonders schwierig, da nur wenige Do-

6 Copernicus 1990, S. 20: Habet enim quisque duos epicyclos, quorum alter alterum defert, propemodum sicut in Luna dictum est, sed lege diversa.

kumente aus seiner frühen astronomischen Beschäftigung kurz nach 1500 erhalten sind. Die Rekonstruktion der Entstehung von Keplers Astronomie basiert auf Ausarbeitungen, die zusammen mit Otto Neugebauer 1989 begannen und in deren Verlauf nahezu alle Rechnungen Keplers in der *Astronomia Nova* nachvollzogen und in ein dynamisches Modell der Entwicklung seiner astronomischen Vorstellungen bis 1605 eingestellt wurden. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Rekonstruktion für das Verständnis von Keplers Umgang mit Naturgesetzen sind:

- Kepler benutzt regelmäßig den Ausdruck *lex* zur Kennzeichnung eines physikalischen Prinzips, aus dem sich seiner Meinung nach die Bewegungsgesetze der Planeten herleiten lassen. Dieses Gesetz ist eine Variante des Hebelgesetzes (von Kepler auch so genannt).
- Kepler verwendet den Ausdruck »Gesetz« regelmäßig und gleichsinnig, so daß bei ihm bereits von einem festen begrifflichen Verständnis von Naturgesetz(en) auszugehen ist.
- Mit der Verbreitung der *Epitome* könnte sich das naturwissenschaftliche Verständnis von *Naturgesetz* weiter ausgebreitet haben, z.B. nach Leiden über Snellius, der in Tübingen Kontakt mit Mästlin gesucht und Kepler studiert hatte, um später in Leiden selbst Astronomie zu lehren.
- Die Astronomie von Kopernikus bis zu Kepler bestimmt die Suche nach den richtigen Gesetzen (»leges«/»lex«). Ableitbarkeit der Beobachtungen aus Gesetzen ist das Kriterium, um zwischen alternativen, empirisch äquivalenten Theorien zu entscheiden. Somit ist »Naturgesetz« als methodologische Kategorie bereits in der Astronomie des 16. Jahrhunderts fundamental.
- Die Herleitung der Planetenbewegungen aus der Variante des Hebelgesetzes ist das »innerwissenschaftliche« Ziel, auf das hin Kepler seine Untersuchungen bis zur Entdeckung der Ellipsenbahn und des Flächensatzes ausrichtete.
- Die These ist falsch, daß die genauen Beobachtungen Tycho Brahes die traditionellen Epizykelmodelle widerlegten. Tatsächlich verfügte Kepler bereits 1602 über epizyklische Modelle, aus denen er mit hinreichender Genauigkeit die Positionsmessungen herleiten konnte. Instrumentalistisch betrachtet, leisteten diese Modelle alles empirisch Erforderliche. Die geometrischen Modelle der sogenannten Stellvertretenden Hypothese können allerdings nicht eine ursächliche Erklärung der Planetenbewegungen liefern, sie drücken kein Gesetz aus. Kepler betrachtete deshalb diese Modelle als Hilfsmittel, mit deren Hilfe er die Regularitäten der *Gesetze der Natur* zu finden suchte.

Da die wissenschaftshistorische Rekonstruktion keineswegs als *standard view* gilt, sind wir darauf angewiesen, mit einiger Sorge um Details die Arbeit Keplers von 1600 bis 1605 zu rekonstruieren. So sind zunächst das Ziel und die Mittel seiner astronomischen Arbeit aufzuzeigen, um dann den

Nachweis zu erbringen, wie insbesondere die Suche nach Naturgesetzen seine manchmal verzweifelte Arbeit an der Theorie der Bewegung des Planeten Mars motivierte. Für diese Vorgehensweise ist es wichtig, eine Reihe hartnäckiger Vorurteile auszuräumen.

Nach der traditionellen historischen Sichtweise gab Kepler ungefähr 1602 die Epizykeltheorie auf und suchte nach einer völlig neuen Theorie astronomischer Himmelsbewegungen, die schließlich in der Formulierung der Keplerschen Gesetze gipfelte. Das erste: Die Planeten bewegen sich auf einer Ellipse um die Sonne, die sich im Brennpunkt dieser Ellipse befindet; das zweite (Flächensatz): In gleichen Zeiten überstreicht der Fahrstrahl des Planeten zur Sonne die gleiche Fläche. Diese beiden theoretischen Befunde schließen Keplers Arbeit zur Marsbahn ab. Das sogenannte Dritte Keplersche Gesetz wird erst ein Jahrzehnt später veröffentlicht. Aus diesem Grund wird es hier nicht berücksichtigt.

Hinsichtlich dieser so identifizierten »Keplerschen Gesetze« wird von einer Reihe von Autoren argumentiert, daß Kepler diese niemals »lex« genannt habe. Dieser Befund wird keineswegs bestritten. Doch ist die These falsch, daß der Gebrauch des Begriffs »Naturgesetz« erst post-Kepler in die wissenschaftliche Diskussion einzog.

Dieser Auffassung wird entschieden widersprochen. Vielmehr wird davon ausgegangen, daß gerade die Erfolge der kopernikanischen Theorie und die Fortführung der neuen Astronomie durch Kepler den Vorzug der neuen Theorie dadurch stützten, daß sie sich auf Naturgesetze berufen konnten, die kausale Erklärungen der Himmelsbewegungen liefern. Der Naturgesetzbegriff ist methodologisch ein wichtiges Mittel, um zwischen empirisch äquivalenten alternativen Theorien zu unterscheiden.

Es soll gezeigt werden, daß Kepler wiederholt in publizierten Texten, Arbeitsbüchern und Briefen vom Begriff des Naturgesetzes Gebrauch macht und auch ein für sein Verständnis der Astronomie wichtiges Prinzip »Naturgesetz« nennt. Ein kurioser historischer Umstand nun führte dazu, daß das, was Kepler ein »lex« nannte, von keinem späteren Autor »Naturgesetz« genannt wird, und daß das, was Kepler aus seiner Sicht berechtigterweise nicht Naturgesetz nennt, später die »Keplerschen Gesetze« heißen. Dieser merkwürdige Umstand ist es, der den begrifflichen Gebrauch von »lex« bei Kepler historisch fast unsichtbar machte.

EPITOMES ASTRONOMIAE  
COPERNICANAE

LIBER PRIMVS

DE PRINCIPIIS ASTRONOMIAE IN GENERE, DOCTRINAEQVE  
SPHAERICAЕ IN SPECIE

*Quid est Astronomia?*

Est scientia, causas tradens eorum, quae nobis in Terra versantibus de coelo  
et stellis apparent, Temporumque vicissitudines pariunt: quibus perceptis,  
coeli faciem, hoc est, Apparentias coelestes in futurum praedicere, praeteri-  
tarumque certa tempora assignare possimus.

*Vnde dicta est Astronomia?*

Ab Astrorum, id est motuum, quibus astra moventur, lege seu regimine, vt  
Oeconomia à regenda re domestica, Paedonomus à regendis pueris.

*Quae est cognatio huius Scientiae cum caeteris?*

1. Est pars Physices, quia inquit causas rerum et eventuum naturalium: et  
quia inter ejus subjecta sunt motus corporum coelestium: et quia unus finis  
ejus est, conformationem aedificij mundani partiumque ejus indagare.<sup>1</sup>
2. Geographiae et Hydrographiae seu Rei Nauticae anima est Astronomia.  
Quae enim diversis Terrarum Oceanique locis et plagis diversa coelitus eve-  
niunt, ex sola Astronomia dijudicantur.
3. Subordinatam habet Chronologiam, quia motus coelestes disponunt tem-  
pora annosque politicos, et signant historias.
4. Subordinatam habet Meteorologiam. Astra enim movent et incitant  
Naturam sublunarem et homines ipsos quodammodo.
5. Complectitur magnam partem Optices, quia commune cum ipsa sub-  
jectum habet, Lucem corporum coelestium: et quia multas visus deceptiones  
circa mundi motuumque formas detegit.
6. Subest tamen generi Mathematicarum disciplinarum, et Geometria atque  
Arithmetica pro duabus alis vtitur; quantitates et figuras considerans corporum  
motuumque mundanorum, et tempora dinumerans, perque haec demonstra-  
tiones suas expediens: et totam speculationem ad usum seu praxin deducens.

*Quotuplex est igitur Astronomi cura munusque?*

Partes muneris Astronomici potissimum quinque sunt, Historica de Obser-  
vationibus, Optica de Hypothesibus, Physica de causis Hypothesium, Arith-  
metica de Tabulis et Calculo, Mechanica de Instrumentis.

Abb. 1: Erste Seite aus Keplers Epitome.

Johannes Kepler leitet sein Lehrbuch der Astronomie, die *Epitome Astronomiae Copernicanae*, mit einer begrifflichen Bestimmung des Aufgabengebietes der Astronomie ein. Die Frage, weshalb man die Behandlung der Himmelserscheinungen *Astronomie* nennt, beantwortet er damit, daß sie von den *Gesetzen* der Bewegungsursachen handelt, durch die Sterne bewegt werden.<sup>7</sup>

»Ab Astrorum, id est motuum, quibus astra moventur, lege seu regimine, vt Oeconomia à regenda re domestica, Paedonomus à regendis pueris.«

Die Bestimmung dieser Gesetze ist der eigentliche Untersuchungsgegenstand der Astronomie. Die *Epitome* entstand bis 1621 auf Anregung von Freunden Keplers als Versuch, die neue Astronomie verständlicher als in der *Astronomia Nova* darzustellen. Während Kepler in der *Astronomia Nova* eine komplexe Beweisführung in Anlehnung an seine eigene Entdeckungsgeschichte entwickelt, die nur von wenigen Fachleuten nachvollziehbar ist, ist die *Epitome* in der typischen Lehrbuchdarstellung mit Fragen und Antworten aufgebaut.

## II.1 Keplers Naturgesetz

Kepler verwendet »lex« häufig, und im vierten Buch der *Epitome*, wo die Bewegungsgesetze der Planeten eingeführt werden, stellt er die Frage, ob es ein Beispiel für ein »lex« gibt. Er beantwortet diese Frage mit dem Hinweis auf das Hebelgesetz, in dem er ein Paradigma eines Gesetzes sieht. (Siehe Abb. 2)

Kepler sagt in der *Epitome* an prominenter Stelle, daß das Hebelgesetz in der Physik gelte *und* ebenso auch die Übertragung von Kräften von den bewegendenden Kräften der Himmelskörper auf die bewegten anderen Himmelskörper bestimme. Im Nachfolgenden wird dieses Gesetz das *Abstandsgesetz* genannt. Die Schwierigkeit der astronomischen Theorienbildung liegt nun darin, die herrschenden Kräfte zu identifizieren und ihre Überlagerung geometrisch zu modellieren. Die Bewegungskräfte der Erde werden ihrerseits durch das Abstandsgesetz bestimmt, nur haben wir eine Reihe verschiedener Interaktionen zu berücksichtigen, wie dies Kepler in der *Epitome* feststellt:

»Cùm verò in principio libelli, quando de Hypothesisibus quaestio fuit, legem hanc praescripseris astronomo, vt non quidvis pro libitu ponat, sed positiones suas etiam comprobet Naturae consultis, quaero igitur, num speres te hanc absurdam positionem probare posse, et quibus argumentis?«

Seine Antwort ist:

<sup>7</sup> Kepler 1991, S. 21.

»Motum primum contingere convolutione jugi Telluris circa suum axem, quiescentibus corporibus coelestibus (quantum ad primum motum) id probari potest argumentorum generibus potissimum septem; quorum 1. est à subjecto motus. 2. à celeritate motes. 3. ab aequabilitate motes. 4. à causa motus seu facultate motrice. 5. ab organis motoriis, hoc est ab axe et polis. 6. à, fine motus primi. 7. à signis seu effectis.«

*An non una causa posset sufficere, ut quia omninò planetae orbita ex una parte longius recedit à Sole, quam ex adversa, remotionem tantam faciamus, ut tota ista inaequalitas apparens, per solam banc inaequalem distantiam partium orbitae excusetur?*

Non patiuntur observationes, ut tantam faciamus inaequalitatem distantiarum, quanta est inaequalitas temporis quo planeta aequales angulos ad Solem absolvit; sed hoc testantur, dimidio saltem hujus inaequalitatis excusando, sufficere illam intervallorem inaequalitatem: residuum igitur est à reali acceleratione et retardatione planetae.

*Quae sunt hujus celeritatis et tarditatis leges, et exempla?*

10

Exemplum genuinum est in statera: quemadmodum enim ibi, quando brachia sunt in aequilibrio, ponderum ex utroque brachio suspensorum ad se mutuo proportio est permutata proportionis brachiorum: majus enim pondus breviori brachio suspensum, aequalia facit minori ponderi, quod est à longiori brachio suspensum: itaque sicut se habet brachium breve ad longum, sic se habet pondus longioris ad pondus brevioris: et si jam mente removeamus alterum brachium, et pro ejus pondere concipiamus aequalem potentiam in ipso jugo, attollendū brachium residuum cum suo pondere; tunc apparet, potentiam hanc jugi non tantum posse in pondus elongatum, quantum potest in pondus idem propinquum: sic etiam testatur astronomia de planeta, quòd Sol non tantum possit ad illum movendum et circumvehendum, quando planeta longius abest à Sole in linea recta, quantum, cum intervallum minuitur: et vno verbo, si arcus aequè longos de orbita planetae sumpseris: quae est proportio inter utriusque arcus abscessus à Sole, eadem est proportio temporum quae planeta consumit in illis arcibus: Ita centrum Solis seu mundi, repraesentatur à jugo staterae, ejusque potentia motrix, ab altero brachio ejusque pondere, quod jam jussi sumus dissimulare, et mente in ipsum jugum redigere; planeta verò repraesentatur in residui brachij pondere; intervallum inter Solem et Planetam, in brachio illius ponderis.<sup>1</sup>

Sit statera AC, pondera D. B. ex C. A dependentia, jugum FE, anguli FEC, FEB recti; erit sicut CE ad EA, sic B pondus ipsius EA ad D pondus ipsius

30 180

EC: mente remove EA, et potentia ponderis B per EA formata, sit potentia ipsius jugi E, haec igitur potentia jugi E, tenebit pondus D ex C suspensum in aequilibrio Horizontis, scilicet ut FEC sit rectus. At si idem pondus, à C revulsus, ingrediatur vsque in G: potentia eadem ipsius E, plus poterit in hoc pondus, attolletque illud supra lineam EC.

Sit jam E non jugum sed Sol, et D sit planeta, EC, EG diversae distantiae planetae à Sole. Testantur igitur observationes, sicut EC est ad EG, sic esse GK promotionem planetae propioris in G, ad GI vel CH promotionem ejus remotioris, in C.

†

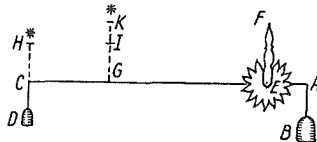


Abb. 2: Epitome zum Beispiel eines Gesetzes: das Hebelgesetz.

Im Nachfolgenden wird gezeigt, daß das Abstandsgesetz von Kepler als dasjenige Naturgesetz angesehen wird, das die Bewegungen der Planeten auch auf der elliptischen Bahn bestimmt, und daß die zwei Keplerschen Gesetze daraus nur näherungsweise folgen. Die Keplerschen Gesetze sind Approximationen an die wahren Bewegungsabläufe und werden deshalb von Kepler *nicht* Gesetz genannt. Die erste Formulierung des Abstandsgesetzes datiert bereits aus der Zeit der Arbeit am *Mysterium Cosmographicum*, somit Jahre vor dem Beginn von Keplers Beschäftigung mit der *Astronomia Nova*.

### *III. Das kopernikanische Erbe*

#### *III.1 Der astronomische Hintergrund: Ptolemäus' Almagest und arabische Varianten*

Eine Astronomie der Planetenbewegungen, bei der die Positionen von Planeten mit geometrischen Modellen abgeleitet werden können, entwickelte sich erst im zweiten Jahrhundert vor Christus mit der Arbeit von Ptolemäus. Sein *Almagest* erreichte Europa in der Mitte des 12. Jahrhunderts. Die technischen Fähigkeiten zum erfolgreichen Umgang mit der komplizierten Schrift waren aber erst im 15. Jahrhundert nach der Gründung der Universitäten vorhanden. Die Modelle von Ptolemäus mußten modifiziert werden, um den zwischenzeitlich erfolgten Veränderungen der astronomischen Gegebenheiten gerecht zu werden, die sich langsam über Jahrhunderte verändern wie die Lage des Frühlingspunktes. Islamische Astronomen leiteten diese Modifikationen vorsichtig in die Wege und ihre Modifikationen fanden ihren Weg nach Europa, wenn auch langsam. Die Modelle waren in quantitativer Hinsicht erfolgreich. Die Planetenpositionen wurden mit angemessener Genauigkeit von geometrischen Modellen vorhergesagt. Ihre Theoreme wurden Hypothesen genannt, doch Ptolemäus nannte sie nie Gesetze.

##### *III.1.1 Mittelalterliche, lateinische Astronomie*

Es gibt eine andere, häufig vernachlässigte astronomische Tradition, welche sowohl für die Kopernikanische Revolution als auch für die Einführung des Gesetzeskonzepts in die Astronomie bedeutsam wurde. In drei verschiedenen Perioden zwischen 800 und 1600 nach Christus finden wir europäische Astronomen, die sich mit der Frage der Planetenbewegungen be-



faßt haben.<sup>8</sup> In der ersten Periode im 9. Jahrhundert entwickelten sich astronomische Interessen im Rahmen des Studiums alter lateinischer Texte über Kosmologie und Astronomie. Das Studium der Astronomie in den und außerhalb der Schulen ab der Zeit Karls des Großen setzte die Entdeckung und Verbreitung von Texten voraus, die während der vorausgegangenen zwei Jahrhunderten anscheinend ziemlich unbekannt waren. Neben Cassiodorus, Isidore und Bede, von denen keiner weder eine angemessene Anleitung für ein kohärentes Verständnis der planetarischen Astronomie zu geben vermochte, noch in der Lage war, ein brauchbares Bild der Himmelskugel ohne ergänzende mündliche Instruktionen zu präsentieren, gab es lediglich sechs römisch-lateinische Texte, in welchen grundlegendes Wissen zur Verfügung stand. Die Beschreibung der Himmelskugel und der Konstellationen erschienen in Aratus' *Phaenomena*, übersetzt von Germanicus (Cicero und Avienus), sowie in Hyginus' *Astronomia*. Die Grundlagen der planetarischen Astronomie kamen durch Plinius' *Historia naturalis*, Macrobius' *Commentarii in somnium Scipionis*, Martianus Capellas *De nuptiis Philologiae et Mercurii* (Buch VIII) und Calcidius' *Timaem commentarius* zu den karolingischen Schülern. Dieser zweiten Gruppe von vier Arbeiten haben wir uns für das Verständnis der Theorie der Planeten vor allem zuzuwenden.

Eigenständige schriftliche Ausarbeitungen astronomischer Themen erscheinen in dieser ersten Periode nicht als selbständige Texte. Daß sich astronomisches Denken dafür aber in anderer Form, namentlich in Randbemerkungen und Diagrammen, manifestierte, entging bislang der Geschichte der Astronomie. Der mittelalterliche Schriftgelehrte verwendete diese Darstellungsweisen, um den Bedeutungsgehalt vorliegender klassischer Texte abzuklären. Solche Ergänzungen erschienen zuerst an den Seitenrändern, wurden am Ende des Textes zusammengefaßt und mündeten schließlich in vollständige kosmologische Bilder, deren Zusammensetzung sich grundlegend von jener der viel tiefer ausgearbeiteten astronomischen Abhandlungen der Antike unterscheidet (Abb. 3). Im 9. Jahrhundert wurde eine Gruppe von zehn astronomischen Diagrammen zusammengestellt und dem astronomischen Buch von Capellas *De nuptiis* als Anhang beigelegt (Abb. 4).

8 Die Ergebnisse der Abschnitte über astronomische Diagramme sind der Zusammenarbeit mit Bruce Eastwood geschuldet. Die Zitate sind Teil einer umfassenderen Arbeit über die Verwendung astronomischer Diagramme in der mittelalterlichen Astronomie und der Kopernikanischen Revolution (Eastwood, Bruce, Graßhoff, Gerd, *Planetary Diagrams – Descriptions, Models, Theories: from Carolingian Deployments to Copernican Debates*).



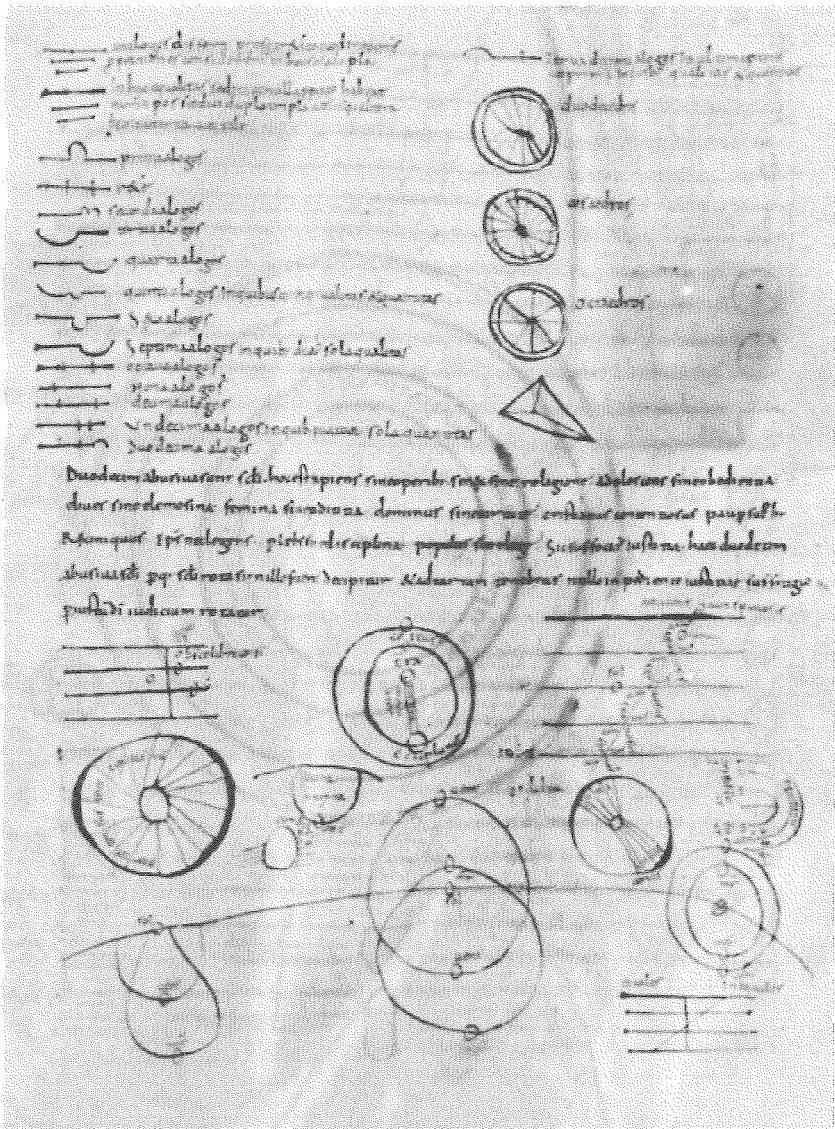


Abb. 4: Leiden Universiteitsbibliotheek ms. Voss. lat. F.48, f. 92v: Zusammenfassung von zehn astronomischen Diagrammen mit den drei Versionen zirkumsolarer Bewegungen.

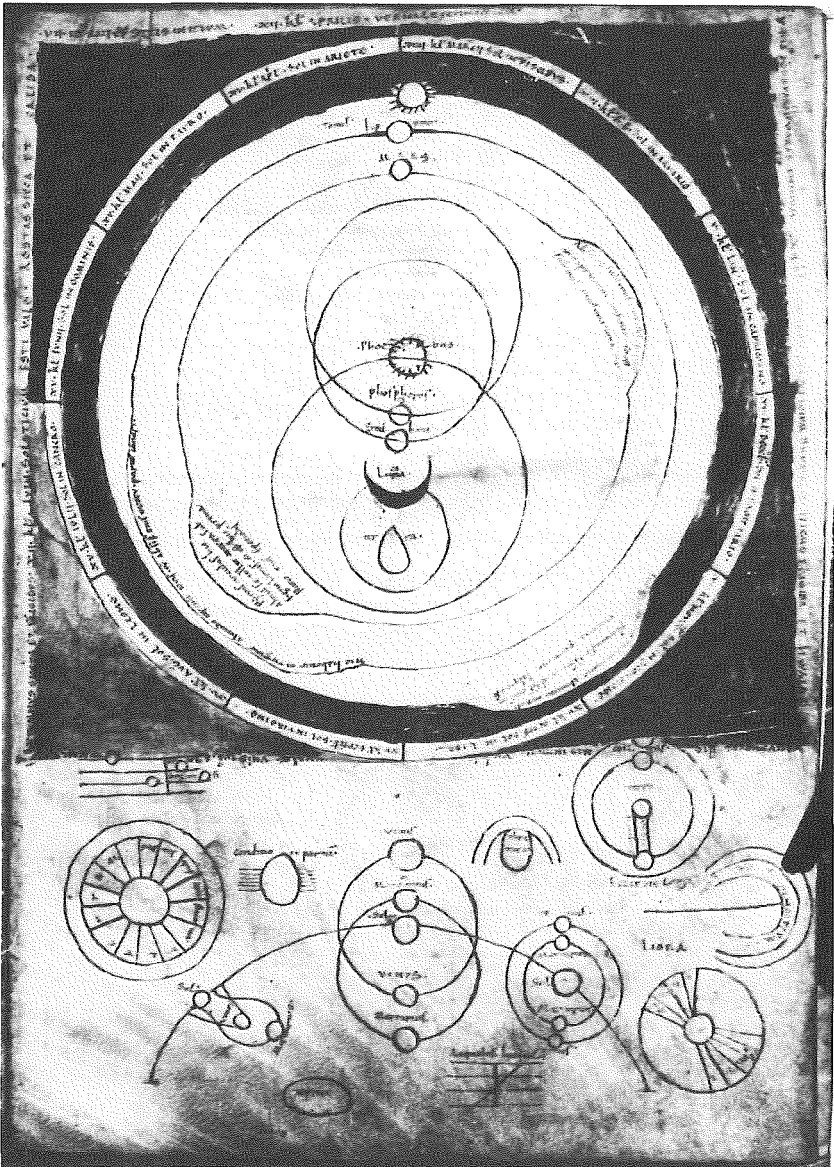


Abb. 5: Firenze Bibliotheca Laurenziana ms. San Marco 190, f. 102r: Zusammengetragene Diagramme zur Planetentheorie Capellas (s. XI in.).

Ohne einen Hinweis auf die Quelle seiner Idee zu liefern, richtete sich Martianus Capella sowohl gegen Plinius als auch gegen Macrobius, indem er behauptete, daß die zwei inneren Planeten nicht wie der Mond, die Sonne und die drei äußeren Planeten um die Erde kreisen, sondern um die Sonne als ihr Zentrum. Seine erste Aussage über dieses Muster der Planetenbewegung lautete: »Mit der Sonne und dem Mond kreisen drei weitere Planeten um die Erde, während Venus und Merkur nicht um die Erde kreisen.«

Der mittelalterliche Versuch, eine solch kühne Behauptung zu klären, wird am besten durch das Diagramm Abb. 5 veranschaulicht. Die ovale Darstellung der Erde ist hier exzentrisch. Die Sonne befindet sich mehr oder weniger im Zentrum des Kosmos und Merkur und Venus kreisen um die Sonne. Solche Diagramme, üblicherweise herangezogen, um verschiedene Phänomene und Aspekte der Planetenbewegung darzustellen, wurden solange weiterverwendet, wie sie als Lehrmittel, zur Aufdeckung von Fragen oder zum Aufzeigen von theoretischen Positionen als nützlich erachtet wurden. Die Geschichte dieser Tradition planetarischer Diagramme verweist sowohl auf ein konstantes Interesse an qualitativer Theorie als auch auf die Koexistenz qualitativer und quantitativer Planetentheorien nach der Einführung der griechisch-arabischen mathematischen Tradition der Astronomie der Planeten im Europa des 12. Jahrhunderts. Im 16. Jahrhundert diente dieselbe qualitative Tradition als Quelle für neue astronomische Erklärungsversuche. Die Capella-Tradition ist wichtig für die Überlieferung der Idee zirkumsolarer Bewegung, doch erwähnt Martianus Capella nie den Ausdruck »Gesetze« in seinen Darstellungen der Astronomie.

Zwei andere lateinische Autoren sind hier ebenfalls von zentraler Bedeutung: Plinius und Calcidius. Im 11. Jahrhundert konkurrierten die planetarischen Diagramme mit einem nicht zu unterschätzenden Niveau an Wissen, das abendländische Mönche akkumuliert hatten. Die Vorstellungen der planetarischen Apogäen und Breiten wurden zum Allgemeinwissen, zu Sets grundlegender astronomischer Daten mit konzeptuellen Rahmenbedingungen, die von Studenten verstanden werden konnten. Weniger weit verbreitet als die Texte und Diagramme von Plinius, aber an bestimmten Orten als wichtig erachtet, war der Kommentar von Calcidius zu Platons *Timaeus*, welcher bereits in der Mitte des 9. Jahrhunderts wegen der darin enthaltenen Erklärungen der Variation der Sonnengeschwindigkeit (mit Exzentern) und der planetarischen Rückwärtsbewegung (mit Epizyklen) auf Interesse gestoßen war. Ende des 10. oder zu Beginn des 11. Jahrhunderts zog der Abt von Fleury (ca. 940-1004) für seine Berechnungen (Berliner Staatsbibliothek ms. Phillipps 1833) eine Anzahl astronomischer Diagramme von Calcidius heran, welche exzentrische und epizyklische Interpretationen der Sonnen- und Planetenbewegungen betonten. Wenig später wurden dieser Sammlung von Diagrammen Auszüge angemessener Erklärungen von Calcidius beigelegt. Mit Calcidius hielt das Wissen über den

*Timaeus* und den göttlichen Schöpfer Einzug in die Astronomie. Gesetze erzeugen die Ordnung der Phänomene, und es ist Plinius, der fordert, daß die Regularitäten am Himmel unter Bezugnahme auf Gesetze erklärt werden müßten.

Wenn wir die Entwicklung der astronomischen Studien an den Schulen des 12. und 13. Jahrhunderts betrachten, treten verschiedene Besonderheiten hervor. Auch wenn man von den Übersetzungen des ptolemäischen *Almagest* aus dem Griechischen 1160 und aus dem Arabischen 1175 hätte erwarten können, daß damit ein völlig neuer Standard für Planetentheorien gesetzt worden wäre, hat man sich dennoch zu vergegenwärtigen, daß dieser Standard in den Schulen nicht zur Kenntnis genommen wurde. An der Universität in Paris war während der ersten Hälfte des 13. Jahrhunderts der Text von Martianus Capella das für das universitäre Studium der Astronomie vorausgesetzte Standardwerk.

### III.1.2 Das 15. und 16. Jahrhundert

Mittelalterliche lateinische qualitative Astronomie und die klassisch-griechische mathematische Astronomie haben in der gelehrten Welt des 15. und 16. Jahrhunderts nicht unabhängig voneinander koexistiert. Das Gegenteil behauptet die traditionelle wissenschaftshistorische Betrachtungsweise, derzufolge die Entwicklung der theoretischen Astronomie als eine lineare Abfolge, ausgehend von der ptolemäischen Astronomie, zu verstehen ist, mit Zwischentritten in der arabischen Astronomie, die schließlich revolutionär durch Kopernikus heliozentrisch transformiert wurde, bis Kepler sie schließlich nach der endgültigen Aufgabe epizyklischer Modelle in eine moderne physikalische Wissenschaft überführte. An diesem Bild stimmt so gut wie nichts. Vielmehr ist die Entwicklung der Astronomie nur als Synthese der ursprünglichen zwei astronomischen Traditionen vor Kopernikus zu verstehen. Ihm gelang ein erster Schritt zu einer gemeinsamen physikalischen Erklärung der Himmelsbewegungen und der Bewegungen schwerer Körper unterhalb der Mondsphäre, der zu einer gleichartigen mathematischen Behandlung beider Bereiche führte (vergl. Abb. 6). Keplers Arbeit ist in diesem Rahmen als Fortsetzung des kopernikanischen Programms zu verstehen. Auf diese Weise wird die synthetische Leistung einer Vereinigung zweier astronomischer Theorien zu einem ersten Höhepunkt gebracht. Für den Wandel der astronomischen Theorien um 1500 sind insbesondere drei theoretische Elemente zu berücksichtigen, deren Einfluß die neue Astronomie über einen längeren Zeitraum bis Newton bestimmen sollte.

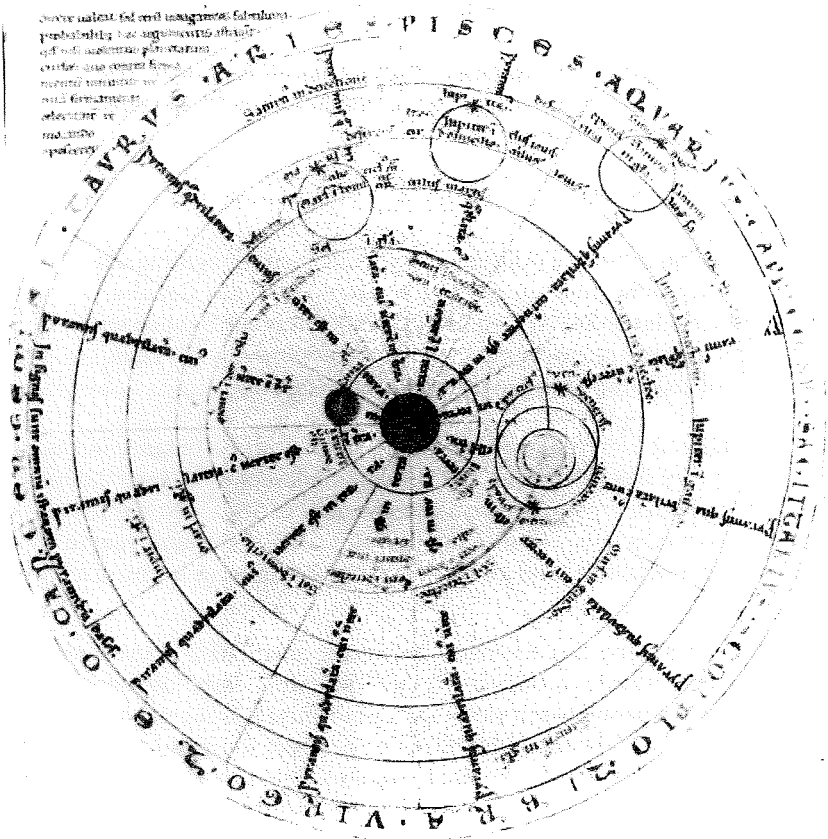


Abb. 6: Kopenhagen Kongelige Bibliotek ms. G.K.S. 277. fol., f. 49r (1254?): Capella-Modell integriert in eine epizyklische Planetentheorie.

(a) *Geometrie als deduktives Mittel*

Die ptolemäische Astronomie ist geometrisch konstruiert und gewinnt dadurch ihr mathematisch exaktes Vorhersagevermögen. Der qualitativen mittelalterlichen Tradition fehlt jede dieser Berechnungsmöglichkeiten, weshalb es unmöglich ist, aus ihr die einfachsten Positionsangaben der Gestirne herzuleiten. Und dennoch ist diese zweite Tradition reichhaltig und innovativ genug, um zwei weitere Elemente für eine neue synthetische physikalische Astronomie bereitzustellen.

(b) *Forderung nach Erklärungskraft*

Plinius und andere mittelalterliche Autoren verlangen, daß die Astronomie die wichtigen astronomischen Phänomene *kausal erklären* solle.

(c) *Zirkumsolare Modelle*

Eine qualitative Erklärung der gebundenen Elongation der inneren Planeten um die Sonne bietet Martianus Capella, der die inneren Planeten Merkur und Venus auf Bahnen um die Sonne und nicht um die Erde positioniert, wie es das ptolemäische kosmologische Modell vorsieht.

Die Synthese dieser Elemente erzwingt nahezu die Konstruktion neuer astronomischer Theorien, die das beinahe anderthalb tausend Jahre genutzte Modell des Ptolemäus abzulösen beginnen. So finden wir insbesondere drei erforderliche Modifikationen der alten Tradition, deren Wirkungskraft wir anschließend im Einzelnen bei Kopernikus nachweisen werden.

1. Die Einbeziehung des Elements (a) in die qualitative Astronomie erzwingt eine strikte geometrische Interpretation ihrer astronomischen Modelle. Nur geometrisch wohldefinierte Kreise können in quantitativen astronomischen Theorien übereinander gelagert werden. In dieser Konfiguration beschreibt die kombinierte Rotation von Kreisen um einen geometrisch definierten Mittelpunkt als resultierende Bewegung die sichtbare Bewegung der Gestirne am Himmel. Die Diagramme von Martianus Capella erscheinen dann in einem sehr viel strengeren geometrischen Licht, das zu einer Wandlung des Verständnisses seiner Astronomie im 16. Jahrhundert führte. Die typischen Capella-Modelle für die Bewegung von Venus und Merkur um die Sonne in Form von sich schneidenden Kreisbahnen werden nicht mehr als geometrisches Modell akzeptiert, auch wenn sie früher explizit dem Martianus Capella zugeordnet wurden. Neu entstehen hier konzentrische Kreise der inneren Planeten um die Sonne, die in der ursprünglichen Tradition von Capella unbekannt waren.
2. Die geometrische Interpretation des Elements (b) verlangt, daß qualitative astronomische Phänomene dann und nur dann als erklärt betrachtet werden, wenn sie aus geometrischen Modellen mit strengen geometrischen Methoden deduktiv abgeleitet werden können.
3. Die Bewegung der inneren Planeten nach Martianus Capella bietet ein Modell zur Erklärung wichtiger qualitativer Phänomene der Astronomie, zuallererst jenes Phänomens, daß sich die inneren Planeten niemals jen-



seits einer bestimmten Winkeldistanz von der Sonne befinden. Niemals wird es möglich sein, Merkur und Venus in unseren geographischen Breiten um Mitternacht beobachten zu können.

Diese drei Elemente charakterisieren den historisch wirkungsvollen Ausgangspunkt der Modifikationen, die Kopernikus an der traditionellen geometrischen Astronomie vornahm, auf deren Basis seine neue Astronomie steht. Verweise auf diese Gesichtspunkte finden wir an vielen Stellen in *De Revolutionibus*.<sup>9</sup>

### III.1.3 *Martianus Capella bei Kopernikus*

Als mathematischer Astronom hatte Kopernikus die Geometrie seiner Astronomie auf modifizierten ptolemäischen Modellen aufzubauen. Obwohl es keine Alternative zu diesen Modellen gab, sind seit der Antike Techniken bekannt, mit denen man die Geometrie sich überlagernder Kreise so verändern kann, daß diese Modelle empirisch gleichwertig bleiben. Bereits der *Almagest* beschreibt Verfahren, nach denen man aus epizyklischen Modellen äquivalente Modelle mit exzentrischen Kreisen ohne Epizykel erzeugen kann. Arabische Astronomen erweiterten diese Technik und schließlich findet sich bei Regiomontanus ein Verfahren, nach dem geozentrische Modelle durch eine äquivalente Transformation in heliozentrische Modelle zu überführen sind. Genau dieses Verfahren lernte Kopernikus beim Studium der gerade erschienenen Schrift von Regiomontanus kennen. Er führte die Transformation nach Motiven aus, die er in *De Revolutionibus* beschreibt. In einer sehr bedeutenden Passage seines Werkes, im Kapitel 10 des ersten Buchs, nennt er ausdrücklich Martianus Capella, der ihm den richtigen Weg gezeigt habe, wie die Bewegungen der Planeten zu erklären sind. Anders als Ptolemäus ordneten nämlich Capella und andere lateinische Autoren die Bahnen von Merkur und Venus so, daß sie um die Sonne kreisen.<sup>10</sup>

»Existimant enim, quod Venus et Mercurius circumcurrant Solem in medio existentem, et eam ob causam ab illo non ulterius digredi putant, quam suorum convexitas orbium patiat, quoniam terram non ambiunt ut ceteri, sed absidas conversas habent.«

9 Insbesondere im ersten Buch gibt es eine Reihe impliziter Verweise auf Plinius. Kopernikus' eigenes annotiertes Exemplar von Plinius' Naturgeschichte blieb erhalten und kann in der Bibliothek der Universität Uppsala eingesehen werden. Der Apparat der kritischen Edition identifiziert einige, jedoch nicht alle Referenzen auf Plinius.

10 Nicolaus Copernicus, *Copernicus Gesamtausgabe, II: De Revolutionibus*, 1984, S. 19.

In der Übersetzung von Rosen:<sup>11</sup>

»This is the reason, in their opinion, why these planets diverge no farther from the sun than is permitted by the curvature of their revolutions. For they do not encircle the earth, like the other planets, but »have opposite circles.«

Rosens Übersetzung ist völlig unklar. Es gibt nicht so etwas wie eine Krümmung des Umlaufs. So bleibt ihm der historische Hintergrund verborgen, auf den sich Kopernikus bei diesem Zitat bezieht. Dieser gebraucht in seiner Erklärung, warum die inneren Planeten einen bestimmten Winkelabstand (»maximale Elongation«) nicht überschreiten können, drei ungewöhnliche Ausdrücke, die auf einen konkreten Diskussionshintergrund in der Tradition der lateinischen Autoren verweisen.

1. Im Gegensatz zu Rosens Übersetzung bedeutet »suorum convexitas orbium«, daß die Bahnen der inneren Planeten eine Krümmung besitzen. Dies ist ein Ausdruck, der auf Plinius zurückgeführt werden kann.<sup>12</sup> Dieser Ausdruck beschreibt die geometrischen Eigenschaften der Bahnen oder Sphären so, wie sie in einem Diagramm gezeichnet sind. Die geschlossene Umlaufbahn eines jeden der inneren Planeten erscheint von der Position der Erde aus – außerhalb ihrer planetarischen Kreise um die Sonne – konvex. Die Bahnen der äußeren Planeten dagegen erscheinen von der Erde aus betrachtet konkav, da sich diese innerhalb deren Sphären befindet. Solche einfachen geometrischen Feststellungen führen zu einem relativ einfachen geometrischen Beweis für die gebundene Elongation der inneren Planeten: Konvexe Bahnen der Planeten um die Sonne schließen nämlich aus, daß sich zu irgendeinem Zeitpunkt die inneren Planeten gegenüber der Sonne am mitternächtlichen Himmel befinden können.
2. Der Ausdruck »*terram non ambiunt*« ist ein spezifischer Ausdruck von Martianus Capella, der damit feststellt, daß sich die inneren Planeten nicht um die Erde bewegen.
3. Schließlich ist »*absidas conversas*« ein Ausdruck von besonderer Bedeutung. Rosens Übersetzung mit »gegenüberliegende Kreise« verdeckt einen komplizierten Traditionshintergrund. Der Ausdruck erscheint nicht bei Capella, aber an einer sehr prominenten Stelle in Plinius' Naturgeschichte. Dort jedoch war er so unklar, daß er zu einer größeren Anzahl wenig hilfreicher mittelalterlicher Kommentare Anlaß gab. Ein Ausdruck, der die Kommentatoren also eher im Ungewissen ließ als daß er eine Aussage von Plinius zu präzisieren verhalf, der etwas über die geometrischen Bewegungsweisen der inneren Planeten sagt. Tatsächlich sagt Plinius an keiner Stelle etwas darüber, daß sich die inneren Planeten

11 Copernicus, N., *On the Revolutions*; translation and commentary by Edward Rosen, 1992a, S. 20.

12 Pliny, *Historia Naturalis*, II.

um die Sonne bewegen. Er wiederholt nur an vielen Stellen seine Anforderung, daß es eine Erklärung für die maximale Elongation der inneren Planeten geben müsse. Er selbst kann kein geometrisches Modell für eine solche Erklärung bieten. Die Verbindung mit Martianus Capella schließlich ist es, die die Forderung von Plinius erfüllt, da sich in der Tradition von Capella Diagramme mit einer geometrischen Interpretation finden, die die maximale Elongation erklären.

### III.1.4 Erklärungen nach Plinius

Kopernikus kombiniert die Forderung des Plinius nach einer qualitativen Erklärung mit der Geometrie der Bewegungen der inneren Planeten. So könnte er Diagramme in einem Capella Manuskript gesehen haben. Möglicherweise hat er während seiner Studien in Italien jenes florentinische Manuskript gesehen, in dem eine der vielen Versionen von Diagrammen in der Tradition Capellas kopiert war. Es sind die Diagramme, welche die Verbindung zwischen Plinius und der zirkumsolaren Bewegung im Werk von Kopernikus deutlich machen.

Daß Plinius eine besondere Rolle für die heliozentrische Transformation gespielt hat, wird zusätzlich durch die Darstellung der kopernikanischen Errungenschaften, wie sie Rheticus vornahm, belegt. Dieser war Professor an der Universität von Wittenberg und reiste 1539 nach Frauenburg, um dort von Kopernikus mehr über dessen neue Astronomie zu erfahren. Sein erster Bericht – *Narratio prima* – ist die erste publizierte Darstellung der kopernikanischen Theorie. Rheticus faßt die Gründe für den Vorzug der kopernikanischen Theorie in einem Abschnitt zusammen. Alle laufen darauf hinaus, daß diese Theorie eine kausale Erklärung der Himmelsphänomene durch geometrische Demonstration gibt.

Wenn es darauf ankommt, die alten Autoritäten zu zitieren, die Kopernikus' Neuerungen unterstützen, erwähnt Rheticus Plinius und nicht Martianus Capella, sogar im Kontext der Bewegung der inneren Planeten. Er muß sich mit Kopernikus über dieses Thema unterhalten haben, weil der Name Plinius überhaupt nicht in der entsprechenden Passage in *De Revolutionibus* erwähnt wird. Diese Auslassung besteht zu Recht, denn Plinius beschreibt keine heliozentrische Bewegung von Merkur und Venus als Erklärung für ihre gebundene Elongation. Es ist seine Forderung nach deren kausaler Erklärung, die sowohl Kopernikus als auch Rheticus beeindruckt haben muß, wenn sie explizit oder implizit auf das Werk von Plinius verweisen. Der Vorzug der neuen Theorie wird dadurch begründet, daß sie etwas erklären kann, was die traditionelle Theorie nicht zu erklären in der Lage war. Es gibt keinen anderen Vorzug der kopernikanischen Theorie über ihren ptolemäischen Konkurrenten. Die kopernikanische Theorie ist weder empi-

risch genauer, noch nutzt sie weniger Kreise für die Konstruktion der Planetenbewegungen. Tatsächlich ist es auch Plinius, der genau im Kontext seiner Forderung nach einer Erklärung der astronomischen Phänomene davon spricht, daß die Astronomie Naturgesetze suchen muß, um das besondere Phänomen der inneren Planeten wie auch den Lauf der übrigen Planeten zu erklären:

»Multa promi amplius circa haec possunt secreta naturae leges que, quibus ipsa serviat, exempli gratia in Martis sidere, cuius est maxime inobservabilis cursus [...]«<sup>13</sup>

»Lex certa« ist bei Plinius ein präzise regulierendes Gesetz, das die Verfahrensweise oder den Lauf der Dinge unzweideutig vorschreibt. Indem Gesetze für die Himmelsbewegungen angegeben werden, läßt sich erklären, warum Merkur und Venus niemals gegenüber der Sonne am Nachthimmel zu beobachten sind. Die Naturgesetze, die Plinius noch einfordert, aber nicht liefert, findet Kopernikus in den geometrischen Kreisen, ihrer geeigneten Überlagerung und in den numerischen Verhältnissen der Bewegung. Es ist dieser Umstand, der Kopernikus dazu brachte, mit Hilfe von geometrischen Operationen eine äquivalente mathematische Astronomie zu konstruieren, die am Ende nicht nur für die inneren Planeten, sondern allgemein für alle Planeten einschließlich der Erde eine heliozentrische Bewegung vorschlägt.

### III.1.5 Transformation von geometrischen Modellen in explanatorische Modelle mit Gesetzen<sup>14</sup>

Im Ptolemäischen System bewegen sich die Planeten auf Epizykeln um die Erde O (Abb. 7). Die Erde O liegt exzentrisch zum Zentrum C des großen Kreises, dem Deferenten, auf welchem sich der Epizykel mit dem Planeten P gleichförmig in Bezug auf den Äquantenpunkt E bewegt. Solche Modelle beschreiben erfolgreich die Bewegung der Planeten im Zodiac, insbesondere (1) die nicht-gleichmäßige Geschwindigkeit der Planeten auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne (Erste Anomalie). Aus heutiger Perspektive wird dies durch die elliptische Form der Umlaufbahn erklärt. Das epizyklische Modell erklärt diese Unregelmäßigkeit der Geschwindigkeit mit (a)

13 Plinius, II, 2, par 77. An zwei Stellen verwendet Plinius den Ausdruck »lex certa«: Als »feststehendes Naturgesetz« in lib 18, par 67 »lex certa naturae, ut in quocumque genere pani militari tertia portio ad grani pondus accedat, sicut optimum frumentum esse, quod in subactum congium aquae capiat.«; Im Sinne eines »genauen Gesetzes« lib 18, par 241, »lex certa in eo, cum quattuor fibrarum esse coeperit, faba vero non antequam trium foliorum, tunc quoque levi sarculo purgare verius quam fodere, florentem utique XV primis diebus non attingere.«

14 Auf die hier angesprochene Thematik wird im Abschnitt V.3 ausführlicher eingegangen.

der exzentrischen Position der Erde O und (b) mit der Einführung des Äquanten, auf den hin sich ein Planet gleichförmig auf seinem Epizykel bewegt; (2) die Rückwärtsbewegung ist ein perspektivischer Effekt der Bewegung der Erde (Zweite Anomalie) in Opposition zur und Konjunktion mit der Sonne. Indem man den Planeten auf einem Epizykel in Bewegung versetzt, kann dies modelliert werden.

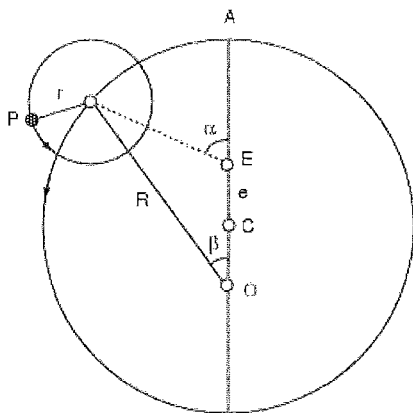


Abb. 7: Ptolemäisches Modell der Längenbewegungen von Planeten.

Kopernikus begann seine astronomischen Studien mit der Lektüre von Regiomontanus' *Epitome*, wo die geometrischen Eigenschaften der Modelle von Ptolemäus vollständig ausgekundschaftet werden. Für einen mathematisch gebildeten Astronomen war es eine Standardprozedur, Modelle in äquivalente Geometrien zu transformieren, welche dieselben sichtbaren Bewegungen der Planeten beschreiben. Die Modelle konnten so transformiert werden, daß die Planeten um die Sonne statt um die Erde kreisten. Das war den Astronomen zur Zeit von Kopernikus bekannt. Aber warum sollte jemand entsprechende Transformationen durchführen – insbesondere wenn man bedenkt, daß die aristotelische Physik erhebliche Schwierigkeiten bei der Erklärung räumlicher Bewegung auf einer sich bewegenden Erde mit sich bringen würde? Verschiedene, häufig zitierte Gründe können Kopernikus' Präferenz für die heliozentrische Theorie nicht erklären. Insbesondere diejenigen Gründe nicht, welche sich auf den Äquanten und die generelle empirische Angemessenheit der Theorie beziehen.

1. Es ist korrekt, daß sich Kopernikus schwer tat mit der Variante von Ptolemäus, die ungleichförmige Bewegung der Planeten unter Verwendung des Äquanten zu modellieren; dies war aber kein Grund für eine he-

heliocentrische Transformation. Die Ersetzung des Äquanten durch zusätzliche Epizykel war indifferent zu einem helio- oder geozentrischen Arrangement.

2. Die vorgestellte Äquivalenz helio- und geozentrischer Modelle in Hinblick auf die sichtbaren Bewegungen der Planeten schließt auch die empirische Angemessenheit als Entscheidungskriterium zwischen den beiden Kosmologien aus. Für jedes heliozentrische Modell, das Kopernikus hätte konstruieren können, gibt es eine geozentrische Variante, aus welcher sich dieselben sichtbaren Bewegungen hätten ableiten lassen.

Wenn weder die empirische Angemessenheit noch die (über den Äquanten erfolgende) Verletzung des von Aristoteles formulierten Prinzips der gleichförmigen Bewegung Kopernikus dazu geführt haben, eine heliozentrische Theorie der Planeten zu entwickeln, was war es dann? Frühe Dokumente bestätigen, daß Kopernikus ursprünglich an einer Transformation ptolemäischer Modelle gearbeitet hatte, um die inneren Planeten in ihre heliozentrischen Gegenstücke überführen zu können.<sup>15</sup> Capellas Diagramme lieferten das Muster. Ihr einziger Vorteil bestand darin, daß sie, wie Plinius gefordert hatte, eine Erklärung unter Bezugnahme auf Gesetze bieten konnten, und zwar für eine beachtliche Anzahl qualitativer kosmologischer Eigenschaften. Beide Modelle werden einander in Abb. 8 gegenübergestellt, welche insofern vereinfacht ist, als die geometrischen Eigenschaften, welche durch die erste Anomalie gefordert sind, weggelassen wurden.

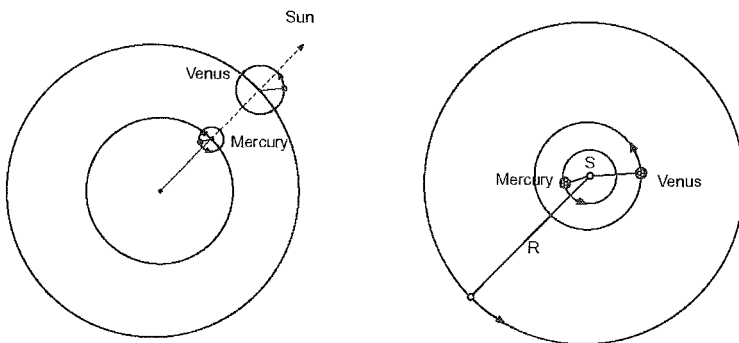


Abb. 8: Vereinfachte Ptolemäische Modelle für die inneren Planeten (links). Äquivalentes Modell mit zirkumsolarer Bewegung (rechts).

<sup>15</sup> Cf., S. 54ff.

Das linke Arrangement ist ptolemäischer Art mit den Umlaufbahnen von Merkur und Venus innerhalb der Kreise der Sonne. Das empirisch äquivalente Modell der heliozentrischen Bewegung befindet sich auf der rechten Seite. Es soll geometrisch bewiesen werden, daß aus beiden Modellen dieselben Beobachtungsdaten abgeleitet werden können. Die begrenzte Verlängerung der inneren Planeten kann jedoch nur durch das heliozentrische Modell geometrisch bewiesen werden. Im ptolemäischen Modell könnte es anders sein. Dieses Modell muß zusätzlich zum geometrischen Arrangement annehmen, daß das jeweilige Zentrum der Epizykel von Merkur, Venus und der Sonne auf einer Linie liegt. Diese zusätzliche Annahme ist keine Folge der Geometrie. Es ist alleine dieser Konstruktionsunterschied, welcher Kopernikus' neue Kosmologie begründet.

Gesetze erhalten nun eine spezifische Bedeutung. Sie sind wahre Hypothesen in geometrischer Form. Aus astronomischer Sicht sind es Kreise, deren Überlagerung die Planetenbewegungen erklärt. Mit geometrischen Mitteln können aus ihnen empirische Schlußfolgerungen abgeleitet werden.

## *III.2 Rezeption*

### *III.2.1 Erklärungsvorteil zirkumsolarer Bewegung*

Auffälligerweise läßt sich über alle Astronomen des 16. Jahrhunderts dasselbe sagen. Wie Kopernikus analysierten diese nicht nur ptolemäische und kopernikanische Modelle, sondern befaßten sich auch mit mittelalterlichen Autoren und deren qualitativen Modellen als ernstzunehmenden Alternativen. Mitte des 16. Jahrhunderts forderte Wilhelm IV von Hessen-Kassel Astronomen und Instrumentenbauer dazu auf, in seinem Observatorium zu arbeiten. Einer von ihnen war Christoph Rothmann, der in einem umfangreichen Manuskript eine grundlegende Übersicht zur Astronomie gegeben hatte. Am Anfang seiner Arbeit stellte Rothmann den Untersuchungsgegenstand vor und beschrieb mögliche kosmologische Anordnungen, darunter die kosmologische Ordnung der Sphären, wie aus der Antike überliefert. Auf einer separaten Seite gezeichnet, finden wir Rothmanns Präsentation der antiken Ordnung, jedoch mit Merkur und Venus auf zirkumsolaren Bahnen. Aus Rothmanns Perspektive war dies die beste Darstellungsmöglich-

keit der antiken Sichtweise, obwohl ihm die sich davon unterscheidende Anordnung von Ptolemäus nicht entgangen sein konnte.<sup>16</sup>

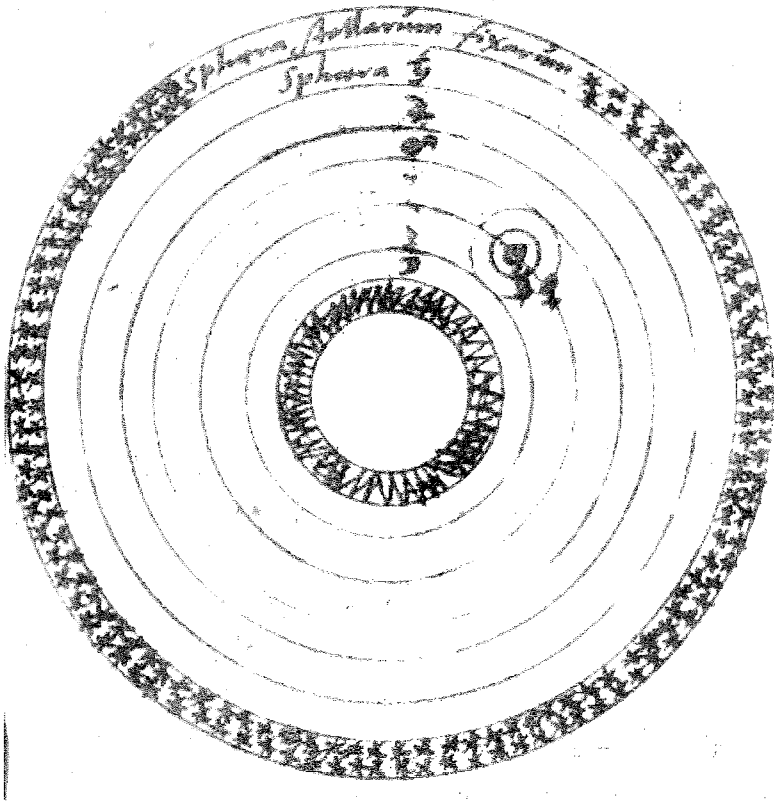


Abb. 9: Murhardsche Bibliothek der Stadt Kassel und Landesbibliothek 4° Abs. astron. 11 H. 37/72, f. 2r: Version eines Capella-Modells von Christoph Rothmann.

Rothmann bemerkte nichts hinsichtlich der ursprünglich sich überschneidenden Kreise bei Capella. Nachdem sich die Diagramme von Capella für die inneren Planeten mit der mathematischen Astronomie verbunden hatten, änderte sich ihre Bedeutung; für die geometrischen Konstruktionen der Bahnen blieben nur noch konzentrische Umlaufbahnen übrig. Diese

16 Barker und Goldstein bilden ein Faksimile eines anderen Diagrammes mit zirkum-solarer Bewegung ab, das sie in irreführender Art und Weise als »Inverted Copernican« bezeichnen. Es zeigt eine heliozentrische Bewegung der Planeten; alle Planeten und die Sonne kreisen um die Erde, ohne sich überschneidende Sphären wie im Tychonischen Modell. Barker und Goldstein (1994) sehen die Beziehung zum Diagramm in Abb. 9 nicht, welche die Verbindung zu Capella liefern würde.



Capella-Modelle fügten der dominanten ptolemäischen Astronomie wichtige explanatorische Elemente hinzu und waren schließlich ein entscheidender Stimulus für die sich schnell entwickelnde heliozentrische Kosmologie.

### III.3 Zusammenfassung: Gesetze bei Kopernikus

1. Kopernikus' Vorstellung von Gesetzen läßt sich bis zu einer früh-mittelalterlichen Rezeption von lateinischen astronomischen Schriftstellern zurückverfolgen.
2. Der Einfluß dieser Schriftstücke, zusammen mit dem meisterhaften Verständnis der anspruchsvollen geometrischen Techniken im *Almagest* von Ptolemäus und den arabischen Varianten im 15. Jahrhundert, führen zu einer sehr differenzierten Vorstellung davon, welche Art von Gesetzen gesucht werden soll und wie diese in der Astronomie funktionieren. Dieses neue Verständnis von Naturgesetzen initiiert auf direktem Wege die Kopernikanische Revolution.
3. Die neue und entscheidende Rolle von Naturgesetzen für die Kopernikanische Astronomie wurde unmittelbar in weiten Kreisen verstanden und innerhalb der astronomischen Gemeinschaft größtenteils akzeptiert. Der Zweck der astronomischen Theoriebildung wurde in der Suche nach Naturgesetzen gesehen, aus welchen sich die interessierenden Phänomene mit geometrischen Mitteln ableiten lassen.
4. Die klare Rolle, welche Gesetze in der Architektur der Kopernikanischen Theorie spielen, wurde von Kepler ohne Modifikationen übernommen und auf die Erweiterung des Kopernikanischen Programmes angewendet. Dadurch verschwand die vermeintliche Sicherheit darüber, wie Gesetze aussehen könnten. Keplers Gesetze, wie wir sie heute nennen, leiteten seltensamerweise einen Bedeutungswandel ein, der das vor ihnen herrschende Gesetzesverständnis obsolet werden ließ.

### IV. *Mysterium Cosmographicum* und der Kampf um Mars

Die Kooperation zwischen Schüler und Lehrer konnte in der Zeit der Abfassung von Keplers erstem astronomischen Werk, dem *Mysterium cosmographicum*, kaum intensiver sein. Im Januar 1595 antwortete Kepler freudig auf einen Brief seines Lehrers Mästlin, in dem dieser ihm von der Drucklegung von Keplers Kalender berichtet hatte, ein Geschäft, das Mästlin für Kepler in Tübingen erledigt hatte.

Im Juli 1595 faßte Kepler den Gedanken, die Zahl und Größe der Planetenbahnen durch die Beschreibung ineinander geschachtelter Platonischer

Körper zu erklären.<sup>17</sup> Aus einem Brief an Mästlin vom 3. Oktober 1595 wissen wir, daß Kepler bis dahin äußerst schnell den ersten Teil seines Buchs in 13 Kapiteln fertiggestellt hatte.<sup>18</sup> Bereits im August berichtet er in einer kurzen Notiz von seiner Idee und im zweiten Brief vom September kündigt er gar ein ganzes Buch an. Im dritten Brief vom 3. Oktober 1595 schließlich – sein Manuskript kann er nicht beilegen – faßt er für Mästlin die Grundgedanken zusammen. In sehr allgemeinen Zügen entwickelt er – ähnlich wie im platonischen *Timaios* – aus den Eigenschaften von Zahlen eine Auszeichnung der Platonischen Körper als göttliche Ordnungsstruktur des Kosmos. Mästlin lädt er zur Kritik ein:<sup>19</sup>

»Ihr werdet manches finden, was aus einem falschen Prinzip hervorgeht, manches, was eines Prinzips entbehrt. Da und dort werdet Ihr mich in Verlegenheit finden, wegen einer mangelhaften Kenntnis der kopernikanischen Astronomie. Ihr dürft feilen, ändern, streichen, kritisieren, mahnen. Wie Ihr mir auch schreiben werdet, jeder Brief wird mir höchst willkommen sein.«

Kepler braucht Mästlins Unterstützung:<sup>20</sup>

»Ich möchte, wie gesagt, Euer Urteil in diesen Dingen wenigstens im allgemeinen erfahren. Es würde nämlich meiner vorgesetzten Behörde sehr gefallen, wenn mit ihrem Namen eine Publikation von so großer Bedeutung, wie ich glaube, erfolgen würde. Aber ohne Euer Gutachten werden sie die Bedeutung der Sache nicht einsehen, noch wäre es für mich geraten, vor die gelehrte Welt zu treten.«

Außerdem stellt Kepler physikalische Vermutungen über die Vermittlung der Bewegung von der Sonne auf die Planeten an:<sup>21</sup>

»Wir wollen das Beispiel vom Licht nehmen. Denn Licht und Bewegung sind jedenfalls wie ihrem Ursprung nach, so auch in ihrer Wirkung miteinander verbunden; vielleicht ist gerade das Licht das Vehikel der Bewegung. Nun ist in einem kleinen sonnennahen Kreise ebensoviel Licht, wie in einem großen sonnenfernen. Das Licht ist also auf dem großen Kreis dünner, auf dem engen Kreis dichter und stärker. Diese Stärke ist aber ebenfalls den Kreisen oder den Abständen proportional. Wenn nun bei der Bewegung die Verhältnisse gleich liegen (und man kann sich nichts ausdenken, was besser passen würde), so wird folgen, daß die Abstände doppelt auf die Verlangsamung der Bewegung einwirken.«

Dies ist die Formulierung des Abstandsgesetzes, mit dem Kepler in der Folge operieren wird. Er berechnet nach diesem Prinzip die Größenverhältnisse aus den Umlaufzeiten der Planeten und teilt Mästlin diese in einer Tabelle mit, die dessen eigene Werte für die Größe der kopernikanischen Epizykelmodelle enthält. Doch treten kleine Differenzen auf:<sup>22</sup>

17 Cf. KGW I, S. 405.

18 KGW XIII, Nr. 23, S. 107-116.

19 Kepler 1930, I, S. 21.

20 Kepler 1930, I, S. 21.

21 Kepler 1930, I, S. 22.

22 Kepler 1930, I, S. 22f.

»Sie [die Differenzen, GG] scheinen zwar sehr groß, es steckt aber doch darin eine gewisse Regelmäßigkeit. [...] Doch hier bin ich noch in Verlegenheit. Ein Heilmittel wäre, den mittleren Abständen zur Korrektur etwas hinzuzufügen oder wegzunehmen. Wenn Ihr meint, daß dies gestattet ist, so hätten wir die Bewegungen ganz genau.«

Am 28. Januar 1596 trat Kepler die Reise nach Württemberg an mit dem vordringlichen Ziel, sein Buch fertigzustellen und dessen Drucklegung voranzutreiben.

#### IV.1 Mästlins Planetenmodelle

Die astronomisch kritische These ist die Herleitung der Größen der Planetenbahnen. Daß die Zahl der Planeten durch die Zahl der Platonischen Körper hergeleitet wird, könnte man noch als Zufall abtun. Wenn man aber die numerisch sehr genauen Bahngrößen herleiten kann, dann ist dies nicht mehr als eine zufällige Übereinstimmung wegzuerklären. Die kleinen Differenzen jedoch, die Kepler in seinem Brief erwähnt, sind auch die potentiellen Falsifikatoren seines Modells. Kepler wie auch Mästlin ist klar, wenn die Hypothese nicht mit den Beobachtungen zu vereinbaren ist, ist deren Falschheit erwiesen. Die Bahngrößen sind aus diesem Grund der kritische Testfall und Kepler wie Mästlin sind in ihrer Korrespondenz damit beschäftigt, diesen Test möglichst sicher und genau auszuführen. Mästlin drückt in seinem Brief vom Februar 1596 sein Erstaunen darüber aus, daß Kepler weniger genaue Zahlen aus seiner Vorlesung benutzt. Dort nämlich hatte Mästlin einfach die Werte von *De Revolutionibus* referiert. Er weist ferner darauf hin, daß Reinhold in seinen *Prutenischen Tafeln* – ein Werk, für dessen Verbreitung Mästlin selbst gesorgt hatte – die Parametrisierung der kopernikanischen Modelle verbessert hat. Durch den frühen Tod Reinholds wurden jedoch nur die Tafeln veröffentlicht und nicht die Modelle, die den Tafeln zugrunde liegen.<sup>23</sup> Man kann die verbesserten Parameter aus den Tabellen und der Annahme von diesen zugrundegelegten kopernikanischen Modellen rekonstruieren. Die Arbeit ist aufwendig und erfordert meisterlichen Umgang mit den kopernikanischen Theorien. Kepler ist an dieser Stelle überfordert und bittet Mästlin, ihn darüber zu unterrichten. In den nachfolgenden Briefen wird zudem deutlich werden, daß Kepler noch nicht jedes Detail der kopernikanischen Modelle verstanden hat. Mästlin schickt ihm eine Zusammenstellung der von ihm rekonstruierten Parameter und eine Beschreibung der zugrundegelegten Modelle. Dieser Text wird später als Anhang zum *Mysterium* gedruckt.

23 Das Manuskript Reinholds blieb jedoch mit den Parametern erhalten und kann heute zu einem Vergleich mit der Rekonstruktion Mästlins verwendet werden, cf. Grafton 1973, S. 526.

## IV.2 Gutachten<sup>24</sup>

Zur Drucklegung war die Zustimmung des Rektors und der Dekane der Universität Tübingen erforderlich, ein Verfahren, das sich auf ein Gutachten Mästlins stützte. Im März 1596 unterrichtet Mästlin den Herzog über Keplers Arbeit und stellt heraus, daß es diesem a-priori gelungen sei, die kosmologischen Größenverhältnisse zu bestimmen und nicht a-posteriori.<sup>25</sup>

Ende Mai 1596 übergibt Mästlin sein Gutachten dem Prorektor der Universität und wiederholt sein Lob über die Vorzüge von Keplers Hypothesen. Vorbehaltslos teilt er mit:<sup>26</sup>

»Denn wer hätte je daran gedacht, geschweige denn den Versuch gewagt, die Anzahl der Bahnkreise, ihre Reihenfolge, Größe, Bewegung – sei es auf Grund der gewohnten oder irgendeiner anderen Hypothese – a priori darzulegen und zu begründen und solchergestalt gewissermaßen aus den geheimen Ratschlüssen Gottes des Schöpfers hervorzuholen. Dieses Problem aber hat Kepler in Angriff genommen und in glücklicher Weise gelöst.«

Kepler war immerhin schon Monate in Württemberg und hatte Gelegenheit zum gedanklichen Austausch mit Mästlin. So fällt die Rüge Mästlins zur Qualität der Darstellung überraschend deutlich aus:<sup>27</sup>

»Halte ich daher den Gegenstand selbst im höchsten Maße empfehlenswert, so habe ich doch bezüglich seiner Darstellung manche Wünsche: sie ist nicht deutlich und verständlich genug.«

Mästlin ist der Meinung, Kepler solle in einer Einleitung die kopernikanische Theorie darstellen, danach die Größen der Sphären ableiten sowie Tabellen und Zeichnungen zum leichteren Verständnis hinzufügen:

»Denn ohne solche graphische Darstellungen ist die Sache nicht zu verstehen. [...] Andernfalls fehlt der Entwicklung jede Klarheit.«<sup>28</sup>

Mästlin schließt sein Gutachten mit dem Hinweis:

»Führt er das Gesagte aus, so wird er, daran zweifle ich nicht, seine Wünsche erfüllt sehen und reiche Früchte für die Welt der Mathematiker ernten.«<sup>29</sup>

Damit werden die Korrekturwünsche für Kepler verbindlich. Dieser antwortet Mästlin in einem Brief aus Stuttgart. Er verspricht, die Unklarheiten zu beseitigen, entweder Kopernikus selbst darzustellen oder auf die Darstellung von Rheticus zurückzugreifen. Für die numerischen Berechnungen der kosmischen Dimensionen schlägt Kepler vor:

24 Auf die hier behandelte Thematik wird ausführlicher im Abschnitt V.4.3 eingegangen.

25 Kepler 1945, S. 68, Nr. 31.

26 Kepler 1930, I, S. 38.

27 Kepler 1930, I, S. 38.

28 Kepler 1930, I, S. 39.

29 Kepler 1930, I, S. 40.

»Über die Art der Berechnung der kopernikanischen Entfernungen wüßte ich nichts Vollendetes beizufügen als Eure eigenen Aufzeichnungen (die ich kürzlich erhalten) unter Beifügung Eures Namens.«<sup>30</sup>

Kepler befindet sich in Zeitnot. So versucht er sich dergestalt aus der Affäre zu ziehen, daß er einfach die Werke von Rheticus und Mästlin direkt mit aufnimmt. Sonst, so klagt er, müßte er sein Buch neu schreiben. Zudem regt sich in der theologischen Fakultät Mißmut. Kepler hatte nämlich ein theologisches Kapitel in das *Mysterium* eingebaut, um die theologischen Einwände gegen die heliozentrische Theorie zu zerstreuen. Wie Mästlin in einem späteren Brief berichtet, hatte nur die Autorität des Herzogs die Tübinger Theologen daran gehindert, Keplers Arbeit offen zu kritisieren – und damit auch Mästlins gutachterliche Aussage. Mästlin war nicht nur Professor für Mathematik und damit sachlich der qualifizierteste, sondern auch ausgebildeter Theologe. Kepler muß mit der Universität verhandeln, um die vorgeschlagenen Änderungen möglichst knapp zu halten. Sein Manuskript wollte er auf alle Fälle in Tübingen beim Drucker hinterlassen können.

### IV.3 Drucklegung des *Mysterium*

Kepler verließ Württemberg Mitte Juli 1596. Die Arbeit mußte nun Mästlin allein machen, und sie war enorm. Auf Deutsch lamentiert Mästlin: »So kans kein Setzer setzen. Ich muß sie all selbs setzen«.<sup>31</sup> Mästlin klagt über typographische Probleme, schlechte Anweisungen zu den Diagrammen und Zeichnungen sowie über viele inhaltliche Unklarheiten. Manchmal mehrmals täglich prüfte Mästlin den Druck und nahm Änderungen vor.

Am Ende des Postscriptums zu diesem Klagebrief weist Mästlin Kepler darauf hin, daß er die *Narratio* von Rheticus hinzufügen wird sowie seine eigenen Berechnungen. Es wird manchmal so dargestellt, als ob Mästlin eigenmächtig diesen Zusatz vorgenommen und Kepler mit der Erweiterung überrascht habe. Dem ist nicht so, denn es war Keplers eigener Vorschlag als Reaktion auf die Kritik Mästlins. Kepler sah keine andere Möglichkeit, denn zu einer eigenen Darstellung des kopernikanischen Systems hatte er im Juni 1596 keine Zeit mehr.

Kepler drängte und fragte in einem Brief aus dem Jahre 1597 forsch seinen Lehrer, warum sich die Drucklegung verzögere. Dieser belehrte ihn daraufhin, daß er die Verzögerung keineswegs zu verantworten habe. Mästlin entwirft einen Brief, den er aber nicht abschickt. Auf diesen Briefentwurf folgt zunächst eine kurze Notiz mit einer Mitteilung organisatorischer Art, die nichts mit dem Erscheinen des *Mysterium* zu tun hat.<sup>32</sup> Einen Monat

30 Kepler 1930, I, S. 40.

31 Kepler 1945, S. 95.

32 Kepler 1945, S. 107, Nr. 62.

später nimmt Mästlin endlich brieflich zu den Umständen Stellung und teilt seine Änderungen mit.

Nirgendwo wird deutlicher als in diesem Brief vom 9. März 1597, daß Mästlin den geschäftlichen Teil für Kepler erledigt und dadurch seine eigene Arbeit an Kalendern vernachlässigt hatte, weshalb er eine Rüge befürchtete. Mästlin überwachte nicht nur sorgfältig den Druck, er fügte auch die Tabellen und Zeichnungen ein. Mästlin zitiert Keplers Manuskript und erklärt diesem detailliert die Änderungen, die er selbständig vorgenommen hatte. So enthielt das 22. Kapitel, in dem Kepler über die bewegenden Kräfte der Planeten schrieb und daraus die Lage des Äquanten ableitete, einen kapitalen Fehler in der Darstellung des zusätzlichen kopernikanischen Epizykels, der anstelle des Äquanten eingesetzt wird. Auch korrigierte Mästlin einen Fehler in einer Abbildung aus *De Revolutionibus*.

Kepler antwortet Mästlin detailliert und dankt ihm kleinlaut dafür, ihn weiter Astronomie lehren zu wollen.<sup>33</sup>

Mästlin teilt die Änderungen selbstbewußt mit, verstärkt die pro-kopernikanischen Argumente und hält auch mit Kritik nicht zurück.<sup>34</sup>

»Ich weise diese Spekulation über Seele und Kraft der Bewegung nicht zurück. Ich fürchte aber, daß sie sich als allzu schlicht erweist, wenn sie übermäßig ausgedehnt wird. Wie jene, die Du für den Mond heranziehst. Ich fürchte in der Tat, daß, sofern sie übermäßig betrieben wird, dies zu einem Verlust oder gar Ruin der ganzen Astronomie führen wird. Ich schätze es überhaupt, diese Spekulation sparsam und sehr moderat einzusetzen. Um die Wahrheit zu sagen: ich weise das nicht zurück, aber meine Zustimmung ist doch eher lau, das meiste nämlich ist mir hinderlich. Aber davon ein andermal.«

#### IV.4 Erste Reaktionen

Kepler versendet sein Buch an die Experten der Zeit. Tycho Brahe antwortet umgehend und macht deutlich, daß die rekonstruierten Parameter Mästlins nicht das letzte Wort sind:<sup>35</sup>

»Und sehr viel davon scheint hinlänglich zu stimmen, wobei es nichts verschlägt, wenn die kopernikanischen Verhältnisse überall um sehr kleine Beträge abweichen. Denn diese weichen auch von den Erscheinungen ziemlich stark ab. Daher spreche

33 Kepler 1945, S. 118, Nr. 64.

34 Kepler (1945, S. 111, Nr. 63): »Non aspernor hanc de anima et virtute motrice speculationem. Verum metuo ne nimis subtilis sit, si nimium extendatur. Qualis illa ipsa est, quam de Luna moves. Vereor profecto, si ultra modum nimis specialis fiat, ne iacturam vel certe ruinam totius Astronomiae post se trahat. Existimo omnino parce et valde moderate hac speculatione utendum. Et ut vere dicam quod sentio: Non aspernor, at profecto languidus est meus assensus, plurima enim contraria mihi obstant. Sed de his alias. «

35 Kepler 1930, I, S. 63.

ich Euch für den Eifer, den Ihr bei diesen Untersuchungen gezeigt habt, meine Anerkennung aus. Ob man aber in allem beipflichten kann, vermag ich nicht so leicht zu sagen.«

Tycho weist darauf hin, daß die kopernikanische Theorie nicht mit den Beobachtungen übereinstimmt und seine eigenen Arbeiten an der Verbesserung dieser Theorie noch nicht abgeschlossen sind. Ferner schreibt er tadelnd an Mästlin und kritisiert ihn genau in jenem Punkt, den dieser in seinem Gutachten als besonderen Vorzug von Keplers Entdeckung herausgestrichen hatte:<sup>36</sup>

»Wenn die Verbesserung der Astronomie eher a priori mit Hilfe der Verhältnisse jener regulären Körper bewerkstelligt werden soll als auf Grund von a posteriori gewonnenen Beobachtungstatsachen, wie Ihr nahelegt, so werden wir schlechterdings allzulange, wenn nicht ewig umsonst darauf warten, bis jemand dies zu leisten vermag. Da sich die Verwendung der Maße der regulären Körper, falls sie durchgängig zu gestatten ist, auf vorausgehende Beobachtungen stützen und von ihnen bestätigt werden muß, so kann man, außer den allgemeineren Beziehungen, mögen sie sich so oder so verhalten, keine Einzelheiten mit der nötigen Genauigkeit daraus ableiten, was Euch, wie ich glaube, nicht entgangen ist.«

An Kepler schreibt Tycho:<sup>37</sup>

»Allein die Harmonie und Ebenmäßigkeit der Anordnung ist a posteriori, wenn die Bewegungen und die Anlässe zu den Bewegungen ganz genau feststehen, nicht a priori, wie Ihr mit Mästlin es wollt, zu ermitteln.«

Am 20. Dezember 1601 meldet sich Mästlin, der längere Zeit nicht geantwortet hatte, und drängt Kepler, den brieflichen Kontakt wieder aufzunehmen. Dieser schreibt vom Tode Tychos und berichtet, daß ihm der Kaiser die astronomischen Instrumente und den unvollendeten wissenschaftlichen Nachlaß Tychos übertragen hat. Er würdigt Tychos Beobachtungsleistung, vergleicht sich selbst bereits mit Ptolemäus:<sup>38</sup>

»Über alle Planeten hat er recht gelehrte, fleißige Untersuchungen angestellt, aber so ziemlich nach der Art des Ptolemäus, mutatis mutandis, wie es ja auch Kopernikus getan hat. Ihr könnt daran ersehen, wie Gott seine Gaben austeilte; keiner von uns kann alles. Tycho hat dasselbe, was Hipparch, geleistet; [...] er hat damit eine ungeheure Arbeit vollbracht. Aber der einzelne kann eben nicht alles. Der Hipparch bedarf eines Ptolemäus, der die übrigen 5 Planetentheorien darauf aufbaut. Noch zu Tychos Lebzeiten habe ich dies geleistet. Ich habe eine Theorie des Mars aufgestellt, so daß die Rechnung ohne weiteres die Genauigkeit der sinnlichen Wahrnehmung erreicht.«

Auf den nachfolgenden Seiten skizziert Kepler die konstruktiven Details dessen, was er später eine Variante der *Stellvertretenden Hypothese* nennen sollte. Natürlich ist er zu Beginn seiner Untersuchungen noch der Auffassung, nicht nur eine Hilfshypothese oder gar eine rein mathematische Hy-

36 Kepler 1930, I, S. 64f.

37 Kepler 1930, I, S. 124.

38 Kepler 1930, I, S. 161.

pothese ohne einen physikalischen Hintergrund gefunden zu haben. Die physikalische Natur, so schreibt er an Mästlin, offenbart sich in den geometrischen Verhältnissen. Stolz schließt er die Skizze mit der Nennung seines Abstandsgesetzes. Für Kepler ist dies ein Naturgesetz, das er gefunden zu haben glaubt und durch das er sich in den Rang eines Ptolemäus der Neuzeit erhoben sieht. Er selbst sieht sich in der Tradition Mästlins:<sup>39</sup>

»Dies wollte ich Euch, meinem verehrten Präzeptor, über den Stand der Astronomie mitteilen, damit Ihr daraus umso mehr erkennt, wie sehr Eure Ansichten mir voranleuchten.«

#### IV.5 *Der Kampf um Mars*

Den Eifer, mit dem Kepler das Marsproblem angeht, erhellt ein Brief aus dem Jahre 1605 an den damaligen Assistenten Tychos – Longomontanus. In diesem Brief rekapituliert Kepler die seit dem Tod Tychos vergangenen Jahre:

»Ich möchte Euch nun aber Rechenschaft über die Verwendung meiner Zeit ablegen, weil Ihr das anscheinend wünschet. Im Jahre 1600 habe ich von Februar bis Anfang Mai die meiste Zeit mit Hoffen und Sinnieren zugebracht. Ihr wißt, daß ich gewettet habe, innerhalb acht Tagen alles, was noch nicht klar war, in Ordnung zu bringen.«<sup>40</sup>

Dieser Brief ist äußerst instruktiv. Kepler und Longomontanus waren keine Freunde. Tycho zog seinen langjährigen Assistenten Longomontanus von den Untersuchungen der Marsbahn ab, als Kepler nach Prag gekommen war. Tycho erkannte die sehr viel größeren Fähigkeiten Keplers und Longomontanus mußte fühlen, was es bedeutet, ins zweite Glied zurückgesetzt zu werden. Die Spannungen zwischen Longomontanus und Kepler nahmen nach dem Tod Tychos zu, als sich dessen Erben von Kepler um die Beobachtungsdaten geprellt fühlten, die dieser an sich genommen hatte und für seine Forschungen nutzte. Longomontanus schlug sich in diesem Streit auf die Seite der Erben. In diesem Zusammenhang schrieb Kepler an Longomontanus, um die Publikation der *Astronomia Nova* vor den Ansprüchen der Erben zu sichern. Keplers Bemerkung im ersten Brief an Longomontanus, er könne sich sicher an seine Wette erinnern, das Projekt der Theorie der Marsbewegung innerhalb einer Woche zu beenden, ist dabei besonders aufschlußreich. Angesichts des späteren jahrelangen, mühsamen Ringens um eine richtige Theorie der Marsbewegung erstaunt der Abschluß einer solchen Wette durch Kepler, die nicht als leichthin abgeschlossene Freundschaftswette gewertet werden kann. Immerhin ist die Wette unter den

39 Kepler 1930, I, S. 163.

40 Kepler 1930, I, S. 239.



Assistenten Tychos abgeschlossen worden, von denen sich einige lange vergeblich an einer Theorie der Marsbewegung versucht hatten.

Was machte Kepler so sicher, nach seiner Arbeit am *Mysterium Cosmographicum* die Arbeit zur Marsbahn in so kurzer Zeit beenden zu können? Mir scheint nur eine Antwort auf diese Frage plausibel zu sein: Keplers ursprüngliches Vorhaben bestand in nichts anderem, als Mästlins Technik der Parameterbestimmung von Epizykelkonstruktionen zu wiederholen, nur daß er dabei nicht die Ephemeriden der Prutenischen Tafeln verwendete, sondern sich auf tatsächliche empirische Daten von Tychos Beobachtungen stützte. Kepler hätte die Beobachtungen noch so auswerten müssen, daß sie für eine Parametrisierung der Modelle geeignet gewesen wären. Eine solche Arbeit hätte realistischerweise in einer Woche beendet werden können. Tatsächlich sollte der »Kampf um den Mars«, wie Kepler es selbst nannte, 5 Jahre dauern, die wichtigsten Etappen präsentiert die folgende Übersicht.

Feb.-Mai 1600	Mars	Stellvertreter Theorie
Okt. 1600 – Aug. 1601	Apol., Venus Mond	
24. Okt 1601		Tod Tychos
Sep. 1601 – Jul. 1602	Sonne	
Herbst 1602	Mars	Commentaria in Theoriam Martis für Frühjahr 1603 angekündigt
Sept 1602	Mars	Bahn nicht kreisförmig
Dez. 1602	Marstheorie	Brief an Mästlin. Theorie erfülle Beobachtungsgenauigkeit, Halbierung der Exzentrizität empirisch gestützt
Frühj. 1603	Mars	Oval
1603	Optik	
1.1.1604	Optik	Manuskript dem Kaiser übergeben
Anfang 1604	Mars	Marsuntersuchungen
12.12.1604	Mars	Niedergedrückt möchte Kepler im Fall des Ablebens sein Manuskript in Tübingen hinterlegt wissen.
Dez. 1604	Mars	Vorliegendes Manuskript dem Kaiser übergeben.
1605	Mars	An Longomontanus: »Nun aber vernehmt das Ergebnis meiner Studien. Die ovale Form der Bahn [...] steht fest. Die Ursache für diese Form ist noch nicht sicher bestimmt.« (S. 242)
5. März 1605	Kepler an Mästlin	Beschreibt Ovalmodell
Ostern 1605	Mars	Elliptische Marsbahn

Tab. 1: Chronologie von Keplers Kampf um den Mars

#### IV.6 Keplers Hilfebriefe an Mästlin

Es mag erstaunen sich überhaupt zu fragen, ob Michael Mästlin einen Beitrag zu Keplers *Astronomia Nova* geleistet hat. Denn mit dem Umzug Keplers nach Prag kam die Korrespondenz zwischen Kepler und seinem ehemaligen Lehrer beinahe vollständig zum Erliegen. Von 1601 bis 1605 hat es keinen Brief mehr von Mästlin an Kepler gegeben. Die folgende Übersicht enthält eine chronologische Aufstellung des Briefwechsels zwischen Mästlin und Kepler bis zum Abschluß der *Astronomia Nova*. Von 1595 bis 1600 gab es einen regelmäßigen und substantiellen Austausch, danach brach er von Seiten Mästlins völlig ab und Kepler griff nur noch gelegentlich zur Feder.

Briefnummer	Richtung	Absendeort	Datum	
014	MM→JK	Calw	14. Nov. 1594	Kalender
016	JK→MM	Graz	08./18. Jan. 1595	Kalender
017	MM→JK	Calw	05. Feb. 1595	Div.
018	JK→MM	Graz	07./17. Mai 1595	Div.
021	JK→MM	Graz	02. Aug. 1595	Platonische Körper
022	JK→MM	Graz	14. Sept. 1595	Platonische Körper
023	JK→MM	Graz	03. Okt. 1595	Platonische Körper, Abstände
024	JK→MM	Graz	20./30. Okt. 1595	Karte
029	MM→JK	Tübingen	27. Feb. 1596	Abstände, Appendix
032	JK→MM	Stuttgart	März 1596	Abstände
035	JK→MM	Stuttgart	01. April 1596	Abstände Merkur <sup>a</sup>
036	JK→MM	Stuttgart	03. April 1596	Abstände Merkur
037	MM→JK	Tübingen	11. April 1596	Abstände
038	JK→MM	Stuttgart	13. April 1596	Modell
039	JK→MM	Stuttgart	15. April 1596	Abstände Merkur
047	JK→MM	Stuttgart	11. Juni 1596	Gutachten
052	MM→JK	Tübingen	15./16. Nov. 1596	Drucklegung
056	JK→MM	Graz	07. Jan. 1597	Drucklegung
058	MM→JK	Tübingen	10. Jan. 1597	Drucklegung
060	JK→MM	Graz	10. Feb. 1597	Drucklegung
062	MM→JK	Tübingen	02. Feb. 1597	Drucklegung
063	MM→JK	Tübingen	09. März 1597	Drucklegung, Änderungen
064	JK→MM	Graz	09. April 1597	Drucklegung, Antwort
067	MM→JK	Tübingen	27. April 1597	Drucklegung

071	MM→JK	Tübingen	11. Juli 1597	Drucklegung
075	JK→MM	Graz	Anfang Okt. 1597	Fixstern
080	MM→JK	Tübingen	30. Okt. 1597	Fixstern, Theologie, Modell
085	JK→MM	Graz	06. Jan. 1598	Modell, Fixstern
089	JK→MM	Graz	15. März 1598	Modell, Sonnenfinsternis
097	MM→JK	Tübingen	02. Mai 1598	Modell, Sonnenfinsternis
099	JK→MM	Graz	01./11. Juni 1598	Modell, Div., Sonnenfinsternis
100	MM→JK	Tübingen	02. Juli 1598	Modell
101	MM→JK	Tübingen	04. Juli 1598	Modell, Chronologie, Ursus
103	JK→MM	Baierdorf bei Graz	11./21. Aug. 1598	Modell, Ursus
106	JK→MM	Graz	08. Dez. 1598	Chronologie, Ursus
110	MM→JK	Tübingen	11./12. Jan. 1599	Ursus, Modell, Tycho, Chronologie
113	JK→MM	Graz	16./26. Feb. 1599	Modell, Chronologie
119	MM→JK	Tübingen	12. April 1599	Tycho, Div.
126	MM→JK	Tübingen	17. Juni 1599	Div.
132	JK→MM	Graz	19./29. Aug. 1599	Ursus, Chronologie, Harmonien, Div.
142	JK→MM	Graz	12./22. Nov. 1599	Prag
153	MM→JK	Tübingen	15. Jan. 1600	Div., Prag
158	JK→MM	Prag	06./16. Dez. 1600	Sonnenfinsternis
175	JK→MM	Graz	09. Sept. 1600	Prag, Sonnenfinsternis
178	MM→JK	Tübingen	09. Okt. 1600	Bedrückung, Veröffentlichung, Tübingen
183	JK→MM	Prag	08. Feb. 1601	Arbeit Prag, Tübingen
203	JK→MM	Prag	10./20. Dez. 1601	Veröffentlichung, Sonnenfinsternis, Tübingen
278	JK→MM	Prag	10./20. Jan. 1604	Mondfinsternisse
305	JK→MM	Prag	14. Dez. 1604	Optik
322	MM→JK	Tübingen	28. Jan. 1605	Optik, Mars, Nova
335	JK→MM	Prag	05. März 1605	Nova, Mars
376	JK→MM	Prag	31. März 1606	Div.
383	JK→MM	Prag	10. Juni 1606	Aufruf

a. Möglicherweise nicht abgeschickt.

Tab. 2: Briefwechsel Mästlin-Kepler.

## V. Keplers Weg zur Marstheorie

### V.1 Standardinterpretationen

Als Ergebnis der inhaltlichen Rekonstruktion der Berechnungsvoraussetzungen sind neue Einsichten in die astronomischen Annahmen und Arbeitsschritte Keplers während seiner Arbeit an der Marstheorie gewonnen worden. Es zeigte sich, daß wiederholt publizierte und weit verbreitete Ansichten über Keplers astronomisches und physikalisches Programm sowie über sein methodisches Vorgehen nicht aufrechtzuerhalten sind:

- Hartnäckig hält sich die Auffassung, daß Keplers großer wissenschaftlicher Durchbruch in der *Astronomia Nova* darin bestünde, daß sich die Bewegungen der Planeten – zunächst am Lauf des Planeten Mars untersucht – nicht mehr durch ein traditionelles Epizykelmodell darstellen ließen, sondern statt dessen als Bahnbewegungen auf Ellipsen dargestellt werden müßten.<sup>41</sup>

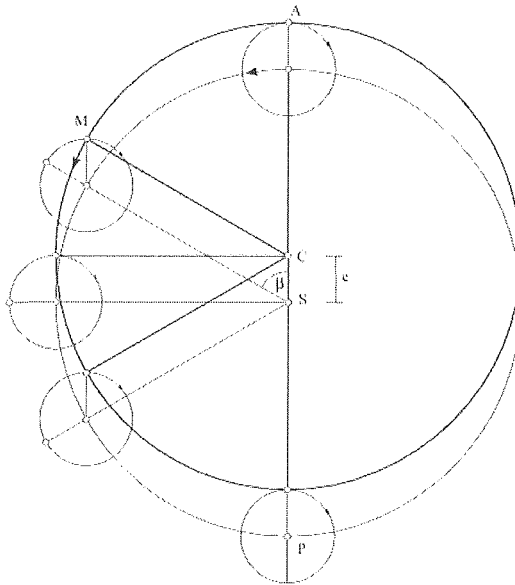


Abb. 10: Epizyklisches Modell und die Beschreibung der Bahnform mittels der Keplerschen Gesetze.

41 Die Liste der Autoren mit dieser Ansicht ist lang; es überrascht, daß auch Kommentatoren mit detaillierten Rekonstruktionen, wie z.B. Davis (1992), dieser Auffassung anhängen.

Man kann den Unterschied zwischen den beiden unterstellten theoretischen Ansätzen mit Hilfe der Abbildung (Abb. 10) veranschaulichen. Auf der linken Seite sieht man die epizyklische Beschreibung einer Kreisbahn des Planeten Mars um die Sonne. Um die Sonne S bewegt sich auf einer Kreisbahn ein kleiner Kreis (Epizykel), auf dessen Peripherie sich der Planet M befindet. Die resultierende Bahn des Planeten ist wiederum ein Kreis um den Mittelpunkt C durch die Punkte A und M. Auf der rechten Seite der Abbildung sieht man eine zum ersten Bild scheinbar völlig konträre Beschreibungsform der Planetenbewegung. Der Planet befindet sich auf einer Bahn, die nach dem ersten Keplerschen Gesetz die Form einer Ellipse hat. Der Planet bewegt sich nach dem zweiten Keplerschen Gesetz auf der Bahn – in gleichen Zeiten überstreicht der Radiusvektor des Planeten zur Sonne gleiche Flächen. Mit diesen Gesetzen, so scheint es, sind die epizyklischen Konstruktionen auf der linken Seite der Abbildung überflüssig und die Bahn des Planeten wird ausschließlich durch physikalische Prinzipien – die Keplerschen Gesetze – bestimmt.

- Fast kanonisch wird die Existenz zweier grundsätzlich verschiedener Typen von Astronomie behauptet: in der Phase vor Kepler die mathematische Astronomie, die durch diesen eine Wendung zum Typ der physikalischen Astronomie eingeschlagen habe. Der Unterschied zwischen diesen beiden Typen von Astronomie wird dadurch definiert, daß die Existenz physikalischer Argumente für die Auswahl und Konstruktion der astronomischen Modelle im ersten Fall ausgeschlossen ist. Die physikalische Astronomie dagegen verzichtet auf die Konstruktion sich überlagernder Epizykel und ersetzt diese durch physikalische Bewegungsgesetze. Die Astronomie eines Kopernikus wird als Beispiel einer Theorie der mathematischen Astronomie verstanden, während Keplers neue Theorie der *Astronomia Nova* das erste Beispiel einer physikalischen Theorie ist.

In der nachfolgenden Übersicht über die astronomischen und methodologischen Ausgangspunkte Keplers sowie die einzelnen Modellbildungsschritte sollen die Differenzen zu den skizzierten Interpretationen von Keplers Arbeit am Marskommentar verdeutlicht werden.

## V.2 Methodische Vorgehensweise

Eine besondere Schwierigkeit der historischen Rekonstruktion der Entwicklung von Keplers Planetentheorie ist die Trennung der zum Kernbestand gehörenden Auffassungen, die Kepler im Verlauf seiner Arbeit anleiteten, von solchen, die Kepler in der gleichen Zeit vertrat und die ihm möglicherweise auch besonders wichtig waren, wie beispielsweise seine Über-

zeugungen zum Abendmahl, welche jedoch für die Ausgestaltung der Planetentheorie beiläufig oder irrelevant sind. Zu unterscheiden sind folgende Komponenten, die den verschiedenen Phasen des Kepler'schen Entdeckungsweges zuzuordnen sind:

- Die Geometrie der Bewegungskomponenten der Himmelskörper, die Planetentheorie.
- Die empirischen Daten, anhand derer die Theorie beurteilt wird.
- Die methodologischen Anforderungen an eine empirisch korrekte Theorie. Sie sind zugleich die Bewertungsmaßstäbe, nach denen zwischen Modellalternativen ausgewählt wird.
- Die Modifikationsmöglichkeiten, mit denen ein Bewegungsmodell verändert werden kann, um es den empirischen Daten anzupassen.

### V.3 *Klassische Planetenmodelle*

Claudius Ptolemäus gelang als erstem in der ersten Hälfte des zweiten Jahrhunderts,<sup>42</sup> die quantitativ genauen Planetentheorien der Babylonier geometrisch darzustellen und damit die Positionen der Planeten und die Variationen ihrer Bewegungen quantitativ richtig zu erfassen. Die Modelle selbst sind nicht sehr komplex, wenn man erst einmal die Hauptbewegung der Planeten auf der Ekliptik kennt. Die frühesten Modelle sahen bereits eine Trennung der Bewegungskomponenten vor: die Hauptkomponente ist die Bewegung der Planeten auf der Ekliptik; daneben gibt es kleine Breitenabweichungen von der Ekliptik. In der folgenden Darstellung beschränken wir uns auf die Diskussion der Längenbewegung, da sich bei der Behandlung dieses Teilaspektes das Schicksal der heliozentrischen Theorie entscheidet.

In erster Näherung läßt sich die Bewegung der Planeten beschreiben als gleichförmige Bewegung auf nur einer Linie am Himmel, der Ekliptik. Auf dieser Linie bewegen sich die Planeten entgegen der scheinbaren Himmelsdrehung von West nach Ost. Zwei Typen von Abweichungen von dieser gleichförmigen Bewegung kann man unterscheiden:

- (i) Zum einen gibt es Abschnitte der Ekliptik, auf denen sich die Planeten etwas schneller bewegen. Diese kleine Geschwindigkeitsabweichung wird auch die erste oder siderische Anomalie genannt.
- (ii) Wenn die äußeren Planeten Mars, Jupiter, Saturn der Sonne gegenüberstehen und die inneren Planeten Venus und Merkur zwischen Erde und Sonne stehen, dann ändert sich die Planetenbewegung auf merkwürdige Weise: Kurz vor dem Zeitpunkt dieser besonderen Bahnposition verlangsamt sich ihre reguläre Bewegung unter den Sternen bis zum

42 Der Zeitpunkt muß vor Abschluß seiner Arbeiten am *Almagest* 137 gewesen sein, der zu seinen Frühwerken zählt.

Stillstand, woraufhin sich die Planeten für einige Tage rückläufig bewegen, bis sie nach einem Stillstand wieder die reguläre Bewegungsrichtung annehmen. Diese Abweichung von der regulären Bewegungsform wird auch zweite oder synodische Anomalie genannt.

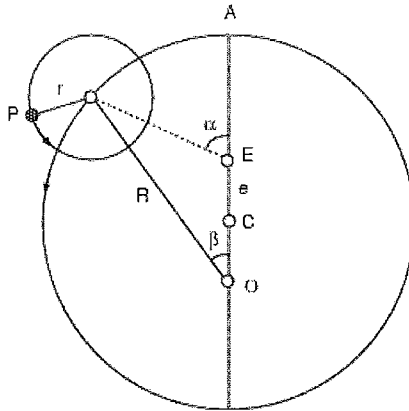


Abb. 11: Das ptolemäische Planetenmodell.

Mit einem einfachen geometrischen Modell, so wie es Ptolemäus vorschlägt, sind wir in der Lage, sowohl die gleichförmige Bewegung der Planeten auf der Ekliptik darzustellen als auch beide Typen der Anomalien (Abb. 11). Der Beobachter auf der Erde befindet sich am Punkt O. Die Kreise des Modells liegen für unsere Diskussion in der Ebene der Ekliptik. Der Planet P wird zusammen mit einem kleinen Kreis, dem Epizykel, auf dem großen Kreis, dem Hauptkreis oder Deferenten, um den Beobachter O herumgeführt. Wäre die Planetenbewegung auf der Ekliptik vollkommen gleichförmig, dann könnte man dieses Modell so vereinfachen, daß der Planet P sich im Mittelpunkt des kleinen Kreises befindet, womit dieser überflüssig würde. Der Beobachter O würde sich im Zentrum des Deferenten befinden und der Planet würde sich einfach auf dem Kreis mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit um den Beobachter im Zentrum bewegen.

Die erste Anomalie – die ungleichförmige Bewegung des Planeten um die Sonne – erzwingt die Einführung von zwei konstruktiven Erweiterungen der einfachen epizyklischen Bewegung des Planeten um die Erde O. Zum einen fällt der Mittelpunkt des Hauptkreises C nicht mehr mit der Erde zusammen; der Epizykel bewegt sich auf einem exzentrischen Kreis. Die Verschiebung der Erde aus dem Mittelpunkt des Hauptkreises heraus allein genügt jedoch nicht, die beobachtete Geschwindigkeitsveränderung des Planeten richtig zu beschreiben. Ptolemäus ersann einen einfachen Mecha-

nismus, mit dem er seine Planetentheorie erheblich verbessern konnte: Der Epizykel bewegt sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit relativ zum Punkt E und nicht mehr um den Kreismittelpunkt C. Der Punkt E wurde seit dem Mittelalter der *Äquant* genannt. Die Strecke OC heißt die *Exzentrizität* der Kreisbahn. Eine Besonderheit des ptolemäischen Modells besteht darin, daß die Strecke OC gleich groß ist wie die Strecke EC.

Einige arabische Astronomen nahmen an dieser letzten Konstruktion Anstoß und sahen in ihr einen Verstoß gegen das Prinzip, Himmelsbewegungen nur durch Überlagerung von Kreisbewegungen zu beschreiben, die sich um ihren Mittelpunkt gleichförmig drehen.<sup>43</sup> Kopernikus übernahm diese Kritik und nannte diesen Verstoß das Hauptmotiv, das ihn zur Suche nach alternativen Planetentheorien veranlaßt habe.

Den Vorteil einer heliozentrischen Theorie sieht Kopernikus in einem anderen Grund, der nichts mit dem Prinzip ungleichförmiger Bewegungen um den Äquanten zu tun hat. Dieses Prinzip hat ausschließlich mit der Beschreibung der ersten Anomalie zu tun. Der Grund für eine heliozentrische Theorie findet sich ausschließlich in einem konstruktiven Element, das die zweite Anomalie betrifft.

Der Vorteil liegt für Kopernikus in einem offensichtlichen Grund: Eine potentiell unbegrenzte Vielzahl von Sphären wird auf eine einfache Art und Weise in dem Modell zusammengefaßt. Es ist der Weisheit der Natur zuzuschreiben, so Kopernikus, überflüssige und unnütze Sphären für die Konstruktion des Himmels nicht verwendet zu haben. Die Natur bevorzuge wenige Gegenstandsarten mit vielen Effekten. Die kausale Redeweise läuft im astronomischen Zusammenhang darauf hinaus, daß alle Epizykel der zweiten Anomalie für jeden einzelnen Planeten ersetzt werden durch eine einzige Bewegung der Erde um die Sonne. War es zuvor dem Geometer möglich, die Epizykelbewegungen jedes Planeten individuell zu ändern, wird in der heliozentrischen Theorie die zweite Anomalie jedes Planeten auf eine Ursache reduziert.

43 Saliba 1994.



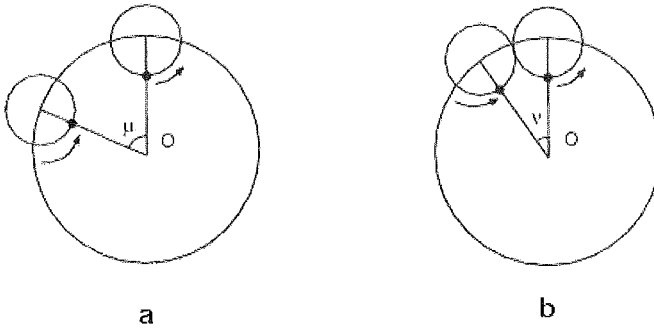


Abb. 12: Zweite Anomalie im Ptolemäischen Modell.

Abbildung 12 zeigt die ptolemäischen Modelle zweier Planeten in vereinfachter Weise. Ausgelassen ist in diesen Modellen die erste Anomalie der Planeten, das heißt die ungleichförmige Bewegung der Planeten um die Sonne, die im ptolemäischen Modell durch eine exzentrische Lage des Hauptkreises und die Einführung des Äquanten beschrieben wird. Die vereinfachten Abbildungen zeigen im Zentrum des großen Kreises O den Beobachter auf der Erde im ptolemäischen Modell. Ein Epizykel bewegt sich entgegen dem Uhrzeigersinn links um das Zentrum O herum. In dieser Darstellung beziehen wir uns der Einfachheit halber nur auf die äußeren Planeten. Um die Schleifenbahnen und rückläufigen Bewegungen der äußeren Planeten darzustellen, wird ein Epizykel auf dem Hauptkreis mitgeführt. Dieser Epizykel bewegt sich in der angegebenen Richtung. Der Planet wird dargestellt als schwarzer Punkt auf dem Epizykel, der durch diesen in seiner Bewegung mitgeführt wird. Die schnellste rückläufige Bewegung des Planeten wird dann erreicht, wenn der Planet sich auf dem Epizykel auf dem nächsten Punkt zum Beobachter O befindet. Am Himmel entspricht dieser Punkt dem Moment, an dem der Planet der Sonne gegenüber oder in Opposition steht. Die für beide Planeten a und b dargestellten Situationen stellen jeweils zwei aufeinander folgende Oppositionszeitpunkte dar. Der auf der linken Seite dargestellte Planet a bewegt sich schneller um O und damit um den Winkel  $\mu$  am Himmel zwischen zwei Oppositionen. Der Planet b bewegt sich zwischen zwei Oppositionen langsamer, und zwar nur um den Winkel  $\nu$ . Von Opposition zu Opposition bewegt sich der Epizykel mit dem Planeten um mehr als 360 Grad, genauer um den Winkel von 360 Grad plus  $\mu$  oder  $\nu$ . Angenommen der Planet a braucht genau vier Jahre, um einmal um O herum zu laufen und wieder vor dem gleichen Fixsternhimmel zu stehen. Während dieses Zeitraums haben genau drei Oppositionen stattgefunden. Für den langsameren Planeten b nehmen wir an, er benötige für einen vollen Umlauf acht Jahre. Die Beobachtungen ergäben in diesem Fall wäh-

rend eines Umlaufs 7 Oppositionen. Weder sind der Winkelabstand auf der Ekliptik zwischen den Oppositionen für beide Planeten gleich, noch die zeitliche Dauer zwischen zwei Oppositionen. Die einfache Regel zwischen den Umlaufzeiten der Planeten  $Z$  und der Anzahl der Oppositionen  $N$  ist

$$N=Z[\text{jahr}] - 1.$$

Allerdings ist die Geschwindigkeit des Epizykels bei verschiedenen Planeten gleich: Sie hat immer die Geschwindigkeit einer Umdrehung pro Jahr. Mehr noch: nicht nur ist bei allen Planetenmodellen die Geschwindigkeit des Epizykels gleich, die Epizykel sind auch so ausgerichtet, daß der äußere Planet sich nur dann in der besonderen Bewegungsform einer rückläufigen Bewegung befindet, wenn er von der Erde aus gesehen der Sonne gegenübersteht – sich also in Opposition befindet.

Dieser Zusammenhang zwischen rückläufiger Bewegung und Stellung des Planeten zur Sonne wird durch die ptolemäische Theorie nicht erklärt – sie wird nur beschrieben. Die Geometrie der Modelle ließe jedoch auch eine andere Beschreibung zu. Ptolemäus ist dieser Zusammenhang nicht entgangen. Im Almagest verweist er explizit auf die Abhängigkeit der zweiten Anomalie von der Sonne. In der ptolemäischen Theorie sind Konstruktionselemente bei den Epizykeln vorhanden, die sowohl eine gleiche Parametrisierung verlangen (gleiche Drehgeschwindigkeit) als auch eine gleichartige Orientierung der Epizykel zur Sonne hin. Doch wird diese Abhängigkeit in den ptolemäischen Modellen nicht konstruktiv erzwungen. Das ptolemäische Planetenmodell behandelt diese Konstruktionseigenschaften als zufällige Tatsachen, obwohl solch komplexe numerische Gleichheiten und geometrische Äquivalenzen alles andere als zufällig sind.

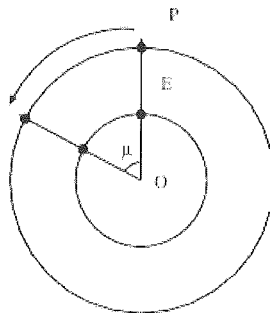


Abb. 13: Zweite Anomalie in der heliozentrischen Variante.

Manche Interpreten der kopernikanischen Wende mißverstehen Äußerungen von Kopernikus zur großen Einfachheit seiner Theorie dahingehend,

daß die benötigte Zahl der Kreise für die Darstellung der Himmelsbewegungen besonders niedrig sei. Faktisch konnte ein solcher Anspruch nicht eingelöst werden. Um das Prinzip gleichförmiger Kreisbewegung befolgen zu können, führt Kopernikus weitere Epizykel ein.

Die komplizierte Konstruktion würde er nicht benötigen, wenn es ihm wie Ptolemäus genügen würde, die Drehung des einen Epizykels auf dem Hauptkreis mit Hilfe des Äquanten darzustellen. Kopernikus geht es jedoch nicht darum, die Anzahl der Kreise in seinem Modell zu verringern. Diese Eigenschaft ist sekundär und für die Bewertung alternativer Modelle gleichgültig. Gleichgültig ob Kopernikus die Einfachheit seiner Theorie geltend macht, oder die Symmetrie der geometrischen Anlage der Kreise zum Ausdruck bringt, oder die Rückführung von Phänomenen auf eine Ursache für wichtig hält, oder das Kriterium anwendet, daß bestimmte Konstruktionsannahmen der Theorie nicht verändert werden können, ohne andere Teile der Planetentheorie zu beeinflussen – alle diese Kriterien sind Ausdruck ein und derselben Überzeugung: Die heliozentrische Theorie kann als einzige die zweite Anomalie der Planetenbewegungen *ursächlich* erklären.

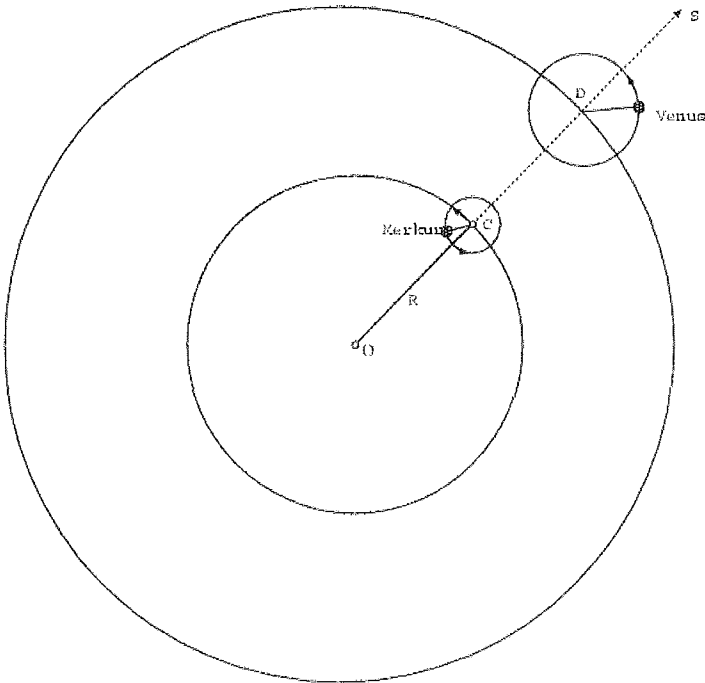


Abb. 14: Ptolemäisches Modell der zweiten Anomalie für die inneren Planeten.

Abbildung 14 zeigt die vereinfachte Konstruktion für die zweite Anomalie der inneren Planeten Merkur und Venus. In der ptolemäischen Theorie bewegen sich die beiden inneren Planeten wie durch ein Wunder synchron, so daß der gemeinsame Mittelpunkt auf einer Geraden liegt, die zudem zur Sonne zeigt. Diese gemeinsame Bewegung wird im ptolemäischen Modell nicht durch eine geometrische Konstruktion erzwungen. Anders in der heliozentrischen Theorie. Hier bewegen sich Merkur, Venus sowie die Erde auf Kreisen, in deren Mittelpunkt sich die Sonne befindet (Abb. 15).

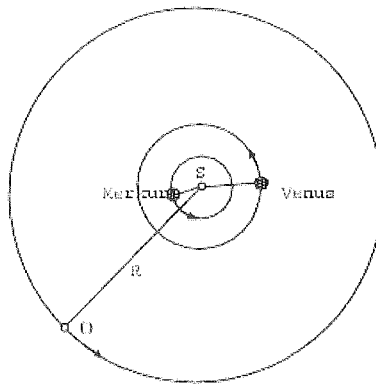


Abb. 15: Innere Planeten, heliozentrisch dargestellt.

Der entscheidende Vorteil des Kopernikanismus besteht in der Fähigkeit, die maximalen Elongationen der inneren Planeten erklären zu können sowie all diejenigen Phänomene, die mit der zweiten Anomalie der Planetenbewegung zusammenhängen. Diesen Vorteil erkannte Kepler bereits früh auf der Universität als das entscheidende Argument und ließ nie mehr von ihm ab.

#### V.4 Aufnahme des Kopernikanismus

In Tübingen lernte Kepler die Vorzüge der kopernikanischen Astronomie von seinem Lehrer Mästlin kennen:

»Schon zu der Zeit, als ich mich vor sechs Jahren in Tübingen eifrig dem Verkehr mit dem hochberühmten Magister Michael Mästlin widmete, empfand ich, wie ungeschickt in vieler Hinsicht die bisher übliche Ansicht über den Bau der Welt ist. Ich ward daher von Kopernikus, den mein Lehrer sehr oft in seinen Vorlesungen erwähnte, so sehr entzückt, daß ich nicht nur häufig seine Ansichten in den Disputationen der Kandidaten verteidigte, sondern auch eine sorgfältige Disputation über die These, daß die »erste Bewegung« von der Umdrehung der Erde herrühre, verfaß-

te. Ich ging schon daran, der Erde aus physikalischen oder, wenn es dir besser gefällt, aus metaphysischen Gründen auch die Bewegung der Sonne zuzuschreiben, wie es Kopernikus aus mathematischen Gründen tut.«<sup>44</sup>

Mästlin war frühzeitig ein vehementer Verfechter der kopernikanischen Lehre und vertrat die Ansicht, daß seine eigenen Untersuchungen zum Kometen von 1577 ein entscheidendes Argument gegen eine geozentrische Kosmologie und für die kopernikanische Lehre lieferten. Mästlin glaubte, daß seine rekonstruierte Kometenbahn eine Bewegungskomponente enthält, die einer Kreisbahn der Venus um die Sonne entspricht. Damit würde die Bahn des Kometen die heliozentrische Bewegung der Venus beweisen können.

In den Annotationen seines Exemplars von *De Revolutionibus* äußert sich Mästlin wiederholt deutlich zugunsten der Kopernikanischen Lehre. In seinem Vorwort zu Rheticus' *Narratio Prima*, die Mästlin der ersten gedruckten Ausgabe von Keplers *Mysterium Cosmographicum* hinzufügte, erweist er sich ebenso als kompromißloser Kopernikaner. Den schwierigen und letztlich unbefriedigenden Versuch Kopernikus' die Fallbewegung schwerer Körper auf einer sich drehenden Erdoberfläche zu erklären, deklariert Mästlin als Erfolg und wischt die differenzierten Gegenargumente im ersten Buch des *Almagest* ohne den Versuch einer kritischen Widerlegung vom Tisch. Kepler versucht sich im Brief an Fabricius 1605 selbst an einer langen Erklärung des freien Falls schwerer Körper auf die Erde, muß es jedoch ebenfalls bei allgemeinen Überlegungen belassen, ohne zwingende mechanische Prinzipien angeben zu können.

#### V.4.1 Drei Gründe für den Kopernikanismus

Die enge Zusammenarbeit Mästlins mit Kepler bei der Abfassung des *Mysterium Cosmographicum* belegen Mästlins Engagement und genaue Kenntnis des kopernikanischen Modells, mit dem er Kepler bei der Berechnung der Bahngrößen unterstützt. Dieser informiert seinen Lehrer im dritten Brief aus Graz vorab über das Vorhaben des *Mysterium Cosmographicum*<sup>45</sup> und nennt drei Gründe zugunsten des Kopernikanismus, die er im *Mysterium* darstellen will (und tatsächlich auch darstellt):<sup>46</sup>

»Sodann bringe ich drei Gründe vor [im *Mysterium Cosmographicum*, GG], die mich bewegen, stets zu Kopernikus zu halten. Der erste ist astronomischer Natur; hier entgegne ich der Behauptung, aus Falschem folge bisweilen Wahres, weswegen es wohl möglich sei, daß Kopernikus von falschen Voraussetzungen ausgehe, und

44 Kepler 1936, S. 19.

45 Kepler versprach im vorherigen Brief die Zusendung seiner Arbeit, wurde jedoch nicht rechtzeitig fertig und faßte daher deren Inhalt für Mästlin zusammen.

46 Kepler 1963, S. 34 und Kepler 1930, I, S. 18.

gleichwol hieraus in eleganter Weise etwas Wahres ableite. Ich bestreite diese Möglichkeit. Der zweite Grund ist physikalischer Natur. Hier mache ich mich anheischig zu zeigen, daß sich aus den Quellen der Natur die ganze Fülle der kopernikanischen Hypothesen weit richtiger beweisen läßt, als das Gegenteil. Der dritte Grund betrifft Euren »Venuskometen«.«

Sehr eng damit verwandt ist der zweite von Kepler angegebene Grund.<sup>47</sup>

»Die Natur liebt die Einfachheit, sie liebt die Einheit. Nichts ist in ihr je untätig oder überflüssig; ja nicht selten wird ein Ding von ihr zu vielerlei Wirkungen verwendet.«

Wiederum ist Keplers methodologische Forderung nicht originell. Der von Kopernikus mehrfach und mit Nachdruck herausgestellte Vorteil seiner Theorie wird von Rheticus in der *Narratio Prima* als das zentrale Argument für eine heliozentrische Theorie wiederholt. Kepler lernte wie viele andere im 16. Jahrhundert die kopernikanische Lehre zunächst aus der Schrift des Rheticus kennen. Die Abschnitte, in denen Rheticus die Gründe gegen die ptolemäische und für die kopernikanische Theorie darlegt, müssen für Kepler von besonderem Interesse gewesen sein, zumal sich eine erstaunliche Parallele zum ersten Kapitel des *Mysterium findet*.<sup>48</sup>

»Zum vierten sah mein H. Lehrer, daß es nur auf diese Weise gut möglich sei, daß sämtliche Umdrehungen der Kreise in der Welt sich gleich und regelmäßig um ihre eigenen und nicht um fremde Mittelpunkte bewegen, was der Natur der Kreisbewegung als wesentliche Eigenschaft zukommt. Fünftens müssen die Mathematiker ebenso sehr wie die Ärzte jene Sätze glauben, die Galenus da und dort einschärft: Die Natur schafft nichts sinnlos und unser Schöpfer ist so weise, daß jedes seiner Geschöpfe nicht nur einen einzigen Zweck hat, sondern auch zwei, drei und oft noch mehr. Nun sehen wir aber, daß durch diese einzige Bewegung der Erde geradezu unendlich viele Erscheinungsformen ihre Erklärung finden; warum sollten wir dann Gott, dem Schöpfer der Natur, nicht die Geschicklichkeit zuerkennen, die wir bei den gewöhnlichen Uhrmachern sehen, welche sich geflissentlich hüten, dem Werk ein Rädchen einzufügen, das entweder überflüssig ist, oder dessen Rolle ein anderes nach einer kleineren Lageänderung geschickter übernehmen könnte. Und was sollte den H. Lehrer als Mathematiker veranlassen, eine geeignete Bewegungsweise der Erdkugel abzulehnen, da er doch sah, daß uns durch Annahme einer solchen Hypothese zur Aufstellung einer zuverlässigen Himmelslehre die achte Kugel als einzige, und diese unbewegt, die Sonne im feststehenden Mittelpunkt des All, bei den Bewegungen der anderen Planeten aber Epizykel auf Exzentern oder Exzenter auf Exzentern oder Epizykel auf Epizykeln genügen?«

Rheticus übernimmt die Forderung nach einer möglichst einfachen Theorie von Kopernikus. Die Einfachheitsforderung ist eines der stärksten Argumente Keplers gegen die Theorie Tychos. Diese nämlich erklärt wie die kopernikanische Theorie die auf die Sonne bezogene zweite Anomalie. Anstatt aber alle Planeten einschließlich der Erde in einer Bewegungsform um die Sonne kreisen zu lassen, d.h. nur einen Grundtyp von Bewegungen zu

47 Kepler 1936, S. 31.

48 Rheticus 1943, S. 56.

verwenden, läßt Tycho die Planeten sich zunächst um die Sonne drehen, die sich wiederum zusammen mit den Planeten wie ein Schwarm Mücken um die Erde dreht. Die Einfachheitsforderung geht damit über die Suche nach einer erklärenden Theorie hinaus.

#### V.4.2 *Ursächlich erklärende Theorien*

Die ursächliche Erklärung der zweiten Anomalie ersetzt in der ptolemäischen Theorie die Epizykel der Planeten durch einen einzigen Kreis, auf dem sich die Erde um die Sonne bewegt. Vernachlässigt man die Komplikationen, die Kopernikus durch seine Forderung nach einer gleichmäßigen Kreisbewegung dadurch herbeigeführt hat, daß er einen weiteren, zusätzlichen Epizykel einführte, reduziert sich die Anzahl der geometrischen Hypothesen. In der ptolemäischen Theorie bewegen sich die Sonne und die inneren Planeten Venus und Merkur scheinbar zufällig mit der gleichen mittleren Geschwindigkeit. Diese Tatsache wird durch jeweils eine unabhängige Hypothese für jeden dieser Himmelskörper beschrieben. Die so gewonnene Anzahl von Hypothesen verringert sich auf eine, nämlich diejenige, daß sich die inneren Planeten um die Sonne bewegen und nicht um die Erde.

Beide bislang genannten Gründe beziehen sich auf die strukturellen Eigenschaften von Theorien: von zwei empirisch äquivalenten Theorien ist diejenige zu bevorzugen, die aus weniger Annahmen die Beobachtungen ableiten kann, diese ursächlich erklärt und daher insgesamt einfacher ist als die Alternativtheorie.

Die Forderung nach Einfachheit wie diejenige nach höherer kausaler Erklärungskraft werden nachstehend zu einem Arbeitsprinzip zusammengefaßt. Mit diesem und den noch folgenden Arbeitsprinzipien sollen methodologische und astronomische Grundorientierungen Keplers benannt werden, die er *so nicht* bezeichnete, aber teilweise mit anderen Worten beschrieb. Auf jeden Fall befolgte er sie jedoch bei seiner astronomischen Arbeit.

**Arbeitsprinzip 1** [*Präferenz ursächlich erklärender Theorien*] *Von zwei empirisch gleichwertigen Theorien ist diejenige zu bevorzugen, die mehr Sachverhalte ursächlich erklärt, d.h. mit den Mitteln der Geometrie aus möglichst wenigen Gesetzen ableitet.*

Dieses Prinzip impliziert, daß eine ursächliche Erklärung im Zusammenhang von astronomischen Theorien nichts anderes ist als der geometrische Beweis von Aussagen auf der Basis von wenigen Prinzipien. Die Auswahl der geeigneten geometrischen Prinzipien ändert sich mit Kepler, aber nicht

so radikal, wie man es mit dem Schlagwort der Einführung einer physikalischen Astronomie anstelle einer mathematischen glauben machen möchte.

Der dritte von Kepler angegebene Grund scheint insofern gewichtiger zu sein, als nur die kopernikanische Lehre das Phänomen des »Venusknoten« zu erklären in der Lage ist.<sup>49</sup>

»Ich habe mich jedoch nicht voreilig und nicht ohne Berücksichtigung der sehr gewichtigen Autorität meines Lehrers Mästlin, des hochberühmten Mathematikers, auf diese Seite geschlagen. Dieser Mann, der mir erster Führer und Wegweiser wie zu anderen Erkenntnissen so namentlich zu diesen Lehren gewesen ist und deswegen mit Recht an erster Stelle hätte das Wort erhalten sollen, hat mir durch eine ganz besondere Beobachtung noch einen dritten Grund zur Annahme dieser Lehren dargeboten, indem er bemerkte, daß der Komet des Jahres 77 beständig der von Kopernikus angegebenen Bewegung der Venus folgte und auf Grund der Annahme seiner superlunarisches Entfernung fand, daß er seinen Umlauf genau in der kopernikanischen Venusbahn ausführte. Wenn man nun bei sich überlegt, wie leicht der Irrtum mit sich selber uneins wird, und andererseits, wie beharrlich das Wahre mit dem Wahren zusammenstimmt, so wird man nicht mit Unrecht allein schon hierin ein starkes Beweismittel für die Richtigkeit der Anordnung der kopernikanischen Bahnen erkennen.«

In der zweiten Auflage des *Mysterium Cosmographicum* korrigiert Kepler den dritten Grund für eine heliozentrische Kosmologie. Er teilt mit, daß ihn Mästlin selbst von der Falschheit seiner Bahnbestimmung des Kometen in Kenntnis setzte mit dem Hinweis auf Tycho Brahe, der in seinem Buch über die Kometen die Hypothese Mästlins widerlegt habe. Tycho hatte eine eigene Hypothese aufgestellt, wonach die Eigenbewegung des Kometen auf einer Kreisbahn mit je nach Bahnsektor unterschiedlicher Geschwindigkeit erfolgt. Die Bahn des Kometen jenseits der Mondbahn ist mit der von Planeten vergleichbar und bietet kein Argument gegen eine Geometrie ptolemäischer Art.

#### V.4.3 *Ursächliche Erklärung als geometrische Deduktion*

Vergleichen wir genau Keplers Beschreibung des Vorzugs der kopernikanischen Theorie mit den Vorzügen seiner Theorie des *Mysterium Cosmographicum*, entdeckt man eine erstaunliche Parallele:

Die kopernikanische Theorie kann die erste Anomalie der Planetenbewegungen erklären, anders als die ptolemäische: »Daher gehört die Tatsache, daß sie [die alten Anschauungen] für die Anzahl, die Größe und die Zeit der rückläufigen Bewegungen keine Ursachen kennen; sie können

49 Kepler 1936, S. 31f.



nicht erklären, warum diese mit dem mittleren Sonnenort und der Bewegung der Sonne genau übereinstimmen.«<sup>50</sup>

Im ersten Kapitel des *Mysterium Cosmographicum* definiert Kepler die Ziele seines astronomischen Projektes so:<sup>51</sup>

»Endlich habe ich mich im Jahre 1595 mit der ganzen Wucht meines Geistes auf diesen Gegenstand geworfen, da ich die von Unterrichtsstunden freie Zeit gut und im Sinne meines Amtes zubringen wollte. Drei Dinge waren es vor allem, deren Ursachen, warum sie so und nicht anders sind, ich unablässig erforschte, nämlich die Anzahl, Größe und Bewegung der Bahnen.«

Die Entdeckung, daß die Geometrie der regulären Körper erstaunlich gut die Größe und Bewegung der Bahnen der Planeten um die Sonne erklärt und zudem auch ihre Anzahl, ist für Kepler eine Weiterentwicklung der astronomischen Theorie nach den gleichen methodischen Gesichtspunkten, nach denen Kopernikus die ptolemäische Theorie ablöste. Die kopernikanische Theorie kann die zweite Anomalie der Planeten erklären, das *Mysterium* bislang nicht erklärte Eigenschaften des Planetensystems: die Anzahl der Planeten sowie die vorgefundenen Bahngrößen und Geschwindigkeiten der Planeten. Man benötigt keine überzogene Neigung zum Neoplatonismus, um Keplers astronomisches Programm des *Mysterium* plausibel zu machen.

Kepler ist in seiner Bewertung der Vorzüge seiner Theorien nicht allein. In seinem Gutachten vom Juli 1596 würdigt Mästlin die Schrift seines Schülers gegenüber der Universität mit den Worten:<sup>52</sup>

»Der Gegenstand selbst und die Gedanken, die durchaus neu sind und noch niemals jemandem in den Sinn gekommen, sind in der Tat überaus scharfsinnig und wert der Veröffentlichung, die in die Hände der Gelehrten kommen sollte. Denn wer hätte je daran gedacht, geschweige denn den Versuch gewagt, die Anzahl der Bahnkreise, ihre Reihenfolge, Größe, Bewegung – sei es auf Grund der gewohnten oder irgendeiner anderen Hypothese – a priori darzulegen und zu begründen und solchergestalt gewissermaßen aus den geheimen Ratschlüssen Gottes des Schöpfers hervorzuholen. Dieses Problem aber hat Kepler in Angriff genommen und in glücklicher Weise gelöst.«

Zwar bemängelt Mästlin die didaktisch wenig befriedigende Darstellung Keplers und das Fehlen einer Einführung in die Astronomie des Kopernikus, doch er macht mit keinem Wort Abstriche an Keplers theoretischem Entwurf und dessen Versuch einer apriorischen Grundlegung der Astronomie und Begründung von Planetenzahl, Reihenfolge und Größe.

Mästlin, der oft als der traditionellere Astronom charakterisiert wird, schätzt somit genauso wie Kepler eine Astronomie, die apriorische Elemente enthält. Aus heutiger Perspektive scheint eine solche Auffassung überholt und methodisch unvernünftig zu sein. Eine solche Sichtweise setzt

50 Kepler 1936, S. 30.

51 Kepler 1936, S. 20.

52 Kepler 1930, I, S. 38.

insofern ein bestimmtes Verständnis des Apriorischen voraus, als die so eingeführten Prinzipien ohne Kontrolle durch die Erfahrung entweder durch unmittelbare Einsicht oder durch metaphysische Argumente begründet werden. Eine solche naturwissenschaftliche Theorie erscheint in einem hohen Maße dogmatisch. In Kombination mit den von Kepler im *Mysterium* eingeführten platonischen Körpern, auf die sich die apriorischen Ableitungen gründen, gewinnt man den Eindruck einer phantastisch spekulativen Astronomie, bei der die empirische Kontrolle zweitrangig ist.

In der mathematischen Astronomie werden die Phänomene dadurch erklärt, daß die empirischen Daten mit den Mitteln der Geometrie aus anfänglichen Gesetzen der Bewegung und den anderen Bedingungen einer bestimmten astronomischen Konstellation geometrisch abgeleitet werden können. In der ptolemäischen Theorie werden beispielsweise die maximalen Elongationen der inneren Planeten von der Sonne nicht geometrisch abgeleitet. Die Tatsache, daß die mittlere Bewegung der Venus und des Merkurs gleich derjenigen der Sonne ist, kann von der ptolemäischen Theorie nur behauptet werden. Es gibt keinen geometrischen Zusammenhang, der diese Tatsache konstruktiv erzwingt. Anders ist es in der kopernikanischen Theorie sowie bei derjenigen des Tycho. Hier erklären sich die maximalen Elongationen der inneren Planeten dadurch, daß diese sich auf einer Kreisbahn um die Sonne bewegen. Diese geometrische Konstruktion begründet einen maximalen Abstand der inneren Planeten von der Sonne, den diese nicht überschreiten können.

#### V.4.4 *Ort der Bewegungsursache*

Wir haben gesehen, daß von Kopernikus über Rheticus bis zu Kepler der Vorteil der heliozentrischen Theorie in zusätzlichen ursächlichen Erklärungen der Himmelsphänomene gesehen wurde. Eine Subtilität der kopernikanischen Theorie erkannte Kepler von Anfang an. Das Grundproblem der Planetentheorie besteht darin, die einzelnen geometrischen Züge eines Planetenmodells mit den Ursachen der Bewegung und der resultierenden Positionsveränderung des Planeten in Beziehung zu setzen. Insbesondere ist zu klären:

- Wieviele Ursachen rufen die räumliche Bewegung der Planeten hervor?
- Wo sind die Ursachen räumlich lokalisiert?
- Welche Ortsveränderungen treten als Wirkung einer möglicherweise überlagerten Krafteinwirkung auf?

Wegen der einfachen Äquivalenztransformation des kopernikanischen Planetenmodells aus den geozentrischen Vorbildern enthält dieses einen schwerwiegenden konzeptionellen Fehler.

Der von Rheticus genannte abschließende Grund zugunsten einer heliozentrischen Theorie bringt diesen Fehler deutlich zum Vorschein. In der Tat ist es erstaunlich, wie explizit Rheticus die Achillesferse des kopernikanischen Modells beschreibt.<sup>53</sup>

»Da er fernerhin feststellte, daß die mittlere Bewegung der Sonne nicht nur in der Einbildung bestehen dürfe, wie es freilich bei den übrigen Planeten ist, sondern daß sie ihre Ursache in sich selbst haben müsse, da sie offensichtlich im wahren Sinn des Wortes Chortänzerin und Chorführerin zugleich ist, so kam es, daß er den Nachweis liefern konnte, seine Meinung sei sicher und in voller Übereinstimmung mit der Wahrheit. Denn er fühlte die Möglichkeit, mit seinen Hypothesen die wirkende Ursache der gleichmäßigen Sonnenbewegung auf geometrischem Wege abzuleiten und nachzuweisen, warum diese mittlere Bewegung der Sonne notwendigerweise in allen Bewegungen und Erscheinungen der übrigen Planeten in der bestimmten Art und Weise, wie sie bei den einzelnen sichtbar ist, festgestellt wurde; daher lag unter Voraussetzung der Bewegung der Erde im Exzenter eine verlässliche Himmelslehre klar vor Augen. Bei ihr waren keine weiteren Änderungen nötig, nur mußte das ganze System zugleich, wie es der Lage der Dinge entsprach, von neuem in die nötige Ordnung gebracht werden. Da wir bei den gewöhnlichen Theorien eine solche Herrschaft der Sonne in der Natur nicht einmal vermuten konnten, so übersahen wir die meisten Loblieder der Alten auf die Sonne, als ob sie dichterische Phantasie wären. Du siehst also, welche Hypothesen mein H. Lehrer nach diesen Feststellungen zur Erklärung der Bewegungen annehmen mußte.«

Kritisch ist die Charakterisierung der Ursache für die Bewegungen der Planeten. Rheticus macht dafür die »mittlere Bewegung der Sonne« verantwortlich, die den Bewegungen der übrigen Planeten auf bestimmte Weise zukommt. Anders als es zunächst Abbildungen der kopernikanischen Kosmologie nahelegen, befindet sich nämlich in der kopernikanischen Theorie nicht die physische Sonne im Mittelpunkt der Planetenbahnen. Der Punkt C ist nicht identisch mit der Position der Sonne. Der Mittelpunkt C der heliozentrischen Bewegung nach der kopernikanischen Theorie ist ein *fiktiver* Punkt, nämlich der Ort, an dem die Sonne stehen würde, wäre die Bahn der Erde kreisförmig mit der Sonne im Mittelpunkt.

Man könnte lange darüber spekulieren, ob Kopernikus diese Besonderheit seines theoretischen Vorschlags konstruktiv bewußt wählte. Keine der astronomischen Beobachtungen oder historischen Daten sprechen für diese Konstruktion. Kopernikus wird dazu genötigt, weil er seine Modelle nicht vollständig neu konstruiert und deren Parameter nicht auf der Basis gegebener Daten optimal einstellt. Sein konstruktives Verfahren beruht schlicht darauf, daß er die Modelle mittels geometrischer Transformationen aus den modifizierten ptolemäischen Modellen herleitet. Dies hatte den Vorteil, daß er die empirisch sehr genauen ptolemäischen Theorien als Vorbild nutzen konnte und durch geeignete Transformationen empirisch äquivalente Modelle erhielt. Ihre empirische Adäquatheit war somit geometrisch ausgewie-

53 Rheticus 1943, S. 58f.

sen. Die Transformationen führen allerdings dazu, daß nicht die physische, sondern nur die mittlere Sonne im Mittelpunkt der Planetenbewegungen steht.

Kepler hat früh das kopernikanische Defizit erkannt, die Bewegungsursache räumlich mit der mittleren Sonne zu identifizieren. Für ihn ist klar: die Planetenbewegungen müssen sich auf die wahre Sonne beziehen.

**Arbeitsprinzip 2** [*Wahre Sonne als Bewegungsursache*] *Die Sonne ist (eine) Ursache der Planetenbewegungen. Die geometrischen Modelle, mit denen die kinematischen Wirkungen dieser Ursache dargestellt werden, müssen sich auf die wahre Sonnenposition als kinematischen Bezugspunkt beziehen.*

#### V.4.5 Prinzipien der Himmelsbewegungen

Kopernikus begründet die epizyklische Konstruktion der Planetentheorie (u.a. die Theorien des Mondes und der Sonne) ganz auf traditionelle Weise:<sup>54</sup>

»Man muß nichtsdestoweniger anerkennen, daß es kreisförmige oder aus mehreren kreisförmigen zusammengesetzte Bewegungen sind, auf Grund der Tatsache, daß man diese Unregelmäßigkeiten nach sicheren Gesetzen und bestimmtem Wiedereintreten beobachtet; das könnte nicht sein, wenn es keine Kreise wären. Denn nur der Kreis ist es, der Vergangenes wiederholen kann.«

Die Verwendung von Kreisbewegungen als Einzelkomponenten aller scheinbar unregelmäßigen Bewegung verknüpft Kopernikus mit dem Begriff des Gesetzes. Die der Natur zukommende Bewegungsform der Himmelskörper ist kreisförmig, und zwar gleichförmig kreisförmig. Diese Bewegung wird von Kopernikus einer bewegenden Kraft, wiederum in der Tradition der mittelalterlichen Astronomie stehend, zugeschrieben.<sup>55</sup> Die bewegenden Kräfte können intern oder extern sein, aber immer sind es solche, die den Himmelskörper in der Bewegung halten.

**Arbeitsprinzip 3** [*Kinematisches Prinzip*] *Die auf einen Himmelskörper wirkenden Kräfte führen zu seiner Kreisbewegung um die Ursache der Bewegung im Mittelpunkt des Kreises.*

54 Kopernikus (1984, S. 10): »Fateri nihilominus oportet circulares esse motus, vel ex pluribus circulis compositos, eo quod inaequalitates huiusmodi certa lege, stisque observant restitutionibus, quod fieri non posset, si circulares non essent. Solus enim circulus est, qui potest peracta reducere, quemadmodum, verbi gratia: Sol motu circulatorum composito dierum et noctium inaequalitatem, et quatuor anni tempora nobis reducit, in quo plures motus intelliguntur.«

55 *De Revolutionibus*, I.4.

Aus der Überlagerung mehrerer Kräfte und damit mehrerer Kreisbewegungen resultiert ein komplexes Bewegungsverhalten, das dem Beobachter als unregelmäßig oder regellos erscheint. Dies ist nach Kopernikus eine Täuschung, die nicht durch die Wahrnehmung allein aufgedeckt werden kann, sondern vernunftgeleitet ihren theoretischen Ausgang von sicheren Naturgesetzen nehmen muß.

**Arbeitsprinzip 4** [*Superpositionsprinzip*] *Einwirkungen mehrerer Kräfte auf einen Körper bewirken eine Bewegung, die sich aus der Überlagerung der Einzelbewegungen – in Form von Kreisbewegungen – ergibt.*

Die heliozentrische Theorie der Planetenbewegungen wird schnell komplexer als die geozentrische, weil bei jeder Positionsberechnung nicht nur die Bahn des Planeten um die Sonne berechnet werden muß, sondern auch die gleichzeitige Stellung der Erde mit dem Beobachter. Die beobachtete Planetenposition ergibt sich bei der heliozentrischen Theorie sowohl durch eine Überlagerung der heliozentrischen Planetenbewegung als auch durch eine Überlagerung zweier Kreisbewegungen.

Diese Tatsache allein ist noch kein Grund dafür, daß die heliozentrische Theorie komplexer ist als die geozentrische. Mit einfachen geometrischen Mitteln läßt sich zeigen, daß die Bewegung des Epizykels im geozentrischen Modell in einem heliozentrischen Modell durch die Bewegung der Erde auf einem Kreis äquivalent dargestellt werden kann. Werden die Bewegungen von Erde und Planeten um die Sonne jedoch komplexer als gleichförmige Bewegungen auf einem einfachen exzentrischen Kreis, wird schnell eine höhere Komplexität erreicht als in den geozentrischen Modellen des Ptolemäus. Diesen Weg wird Kepler zügig einschlagen und somit durch eine einfache Abfolge von Schritten der Modifikation von Kreisbewegungen zu einer insgesamt sehr viel komplexeren Theorie der Planetenbewegung gelangen als dies Ptolemäus und ebenfalls Kopernikus vor ihm erreicht hatten.

#### V.4.6 *Entfernungsabhängige Kräfte*

Mit der Einführung des kopernikanischen Planetenmodells gelingt nicht nur eine ursächliche Erklärung für die zweite Anomalie. Die Verschiebung des Beobachters aus dem Zentrum des Kosmos heraus auf die bewegte Erde bringt mit sich, daß die Größenverhältnisse der Planetenbahnen durch die Geometrie des Modells gegeben sind. Für das ptolemäische Modell mit der Erde im Zentrum läßt sich leicht beweisen, daß verschiedene linear skalierte Kreisgrößen nicht zu anderen scheinbaren Bewegungen der Planeten führen. Das ptolemäische Modell impliziert weder eine besondere Reihen-

folge der Planeten noch bestimmte Größen der Planetenbahnen. Im kopernikanischen Modell ist das anders. Die Größen der Bahnen sind bestimmt und da die Umlaufzeiten der Planeten um die Sonne genau bekannt sind, ist es möglich, die Geschwindigkeit des Planeten als Funktion seines Abstands von der Sonne zu berechnen. Kepler führt diese Berechnungen durch und stellt mit einfachen geometrischen Mitteln fest, daß die Geschwindigkeiten der Planeten mit zunehmender Distanz von der Sonne abnehmen. Er setzt fest (wir vernachlässigen dabei die Frage, von welcher Art die Kraft ist):

**Arbeitsprinzip 5** [*Abstandsgesetz*] *Die von der Sonne ausgehende Bewegungskraft nimmt proportional mit der Distanz ab.*

Das Ausmaß, mit dem die Kraft mit steigendem Abstand von der Sonne abnimmt, läßt sich aus den ptolemäischen Planetenmodellen berechnen. Kepler führt die Berechnung in der *Astronomia Nova* durch und belegt, daß für die Apsiden die Geschwindigkeit des Planeten- und aufgrund des nachfolgenden Prinzips damit die Kraft- umgekehrt proportional zum Sonnenabstand ist. Von der Richtigkeit dieses Gesetzes ist Kepler fest überzeugt und sieht sich durch die formale Ähnlichkeit zum Hebelgesetz darin bestärkt. Die genaue Prüfung und Validierung des Gesetzes in den Apsiden gelang Kepler. Damit verfügte er über ein Prinzip, das ihm die wechselnde Drehgeschwindigkeit des Hauptkreises oder Deferenten einer epizyklischen Modellkonstruktion beschrieb. Wie bei Ptolemäus, im Gegensatz zu Kopernikus, drehen sich bei Kepler die Kreise nicht notwendigerweise gleichförmig. Diese Kraft hat über das folgende Prinzip beobachtbare Konsequenzen für die Positionsveränderung der Himmelskörper.

**Arbeitsprinzip 6** [*Prinzip der effektiven Kraft*] *Die Geschwindigkeit der Kreisbewegung eines Himmelskörpers ist proportional zur auf ihn einwirkenden Kraft.*

#### V.4.7 *Spielraum möglicher Planetentheorien*

Die hervorgehobenen wenigen Prinzipien bestimmten Keplers konstruktiven Spielraum für den Entwurf von astronomischen Modellen. Sie sind allgemein, für seine Forschung fundamental und sollten sich während der Arbeit an der Theorie des Mars für Kepler nicht ändern. Andererseits sind sie spezifisch genug, den Spielraum möglicher Planetenmodelle stark einzuschränken. Der Grundtyp des Keplerschen Planetenmodells hat folgende Komponenten:

- Die Zahl wirkender Kräfte auf die Planetenbahn ist zwei: die Sonne und der Planet selbst. Konsequenz: zwei Kreise beschreiben die kinematischen Eigenschaften dieses Zweikräfteystems.
- Der Mittelpunkt des Hauptkreises ist der Ort der wahren Sonne als Quell einer Kraft, die den Planeten um die Sonne herumführt.
- Ein zweiter Kreis – der Epizykel – repräsentiert die Wirkung der zweiten, vom Planeten stammenden Kraft (Abb. 16).
- Die Geschwindigkeit der Kreisbewegungen kann variabel sein, je nach geometrischer Konstellation und der Wechselwirkung der physischen Körper.
- Als freie Parameter des Keplermodells haben wir somit: die Exzentrizität bzw. die Größe des Epizykels, die Lage des Aphels und die Drehbewegungen der Kreise.

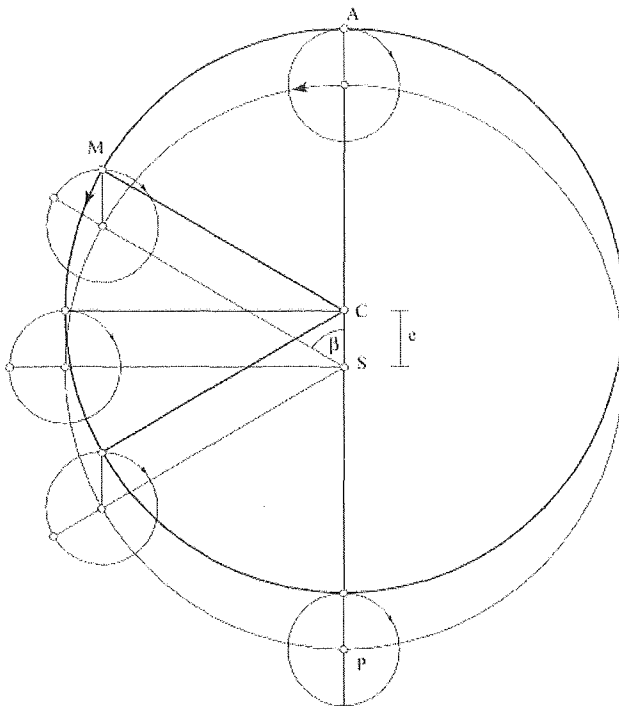


Abb. 16: Exzentrische Kreisbahn der Planeten und ihre Modellierung durch ein Epizykelmodell. Auf diese Weise wird eine einfache Kreisbahn des Mars um die Sonne durch ein epizyklisches, äquivalentes Planetenmodell dargestellt, bei dem zwei Kreise eine Überlagerung von Bewegungen als Wirkung von zwei Kräften darstellen.

Der Raum möglicher Planetenmodelle, den wir auf diese Weise erhalten, ist überraschend klein. Die Identifikation der Kreisbewegungen mit den auf den Planeten einwirkenden Kräften ist schwierig zu verstehen und für Kepler das Hauptproblem seiner Suche nach einer angemessenen physikalischen Erklärung der Planetenbewegung. Wenn nur der Hauptkreis mit der Sonne im Zentrum die Wirkung der Kraft von der Sonne darstellt, mit welcher Geschwindigkeit dreht sich dieser Kreis? Die Einwirkung der Sonne auf den Planeten findet ja nicht auf dem (fiktiven) Raumpunkt im Mittelpunkt des Epizykels statt, sondern auf den physischen Körper des Planeten auf dem Epizykel. Die Distanz Sonne-Planet bestimmt die Drehgeschwindigkeit des Planeten um die Sonne. Geometrisch macht sich diese Bewegung am Hauptkreis fest. Die dem Planeten innewohnende Kraft verursacht die Drehung des Epizykels. Wie diese Drehung erfolgt und warum, ist Kepler am Anfang seiner Untersuchungen unbekannt. Sein Forschungsvorhaben besteht darin, aus den Beobachtungen möglichst viele geometrische Eigenschaften der Bahn zu bestimmen, so daß die restlichen freien Parameter seines Grundtyps vom Planetenmodell festgesetzt werden können.

Kepler unterscheidet sich deutlich von Kopernikus durch die Art und Weise, wie er seine astronomischen Theorien konstruiert. Die kopernikanische Methode besteht darin, sich eine modifizierte ptolemäische Theorie<sup>56</sup> zum Vorbild zu nehmen und dann dieses geozentrische Modell mit einer Äquivalenztransformation in sein heliozentrisches Pendant zu überführen. Kopernikus optimiert anschließend allenfalls die Parameter des so transformierten Modells.

Kepler profitiert für seine astronomische Arbeit an der Theorie des Mars von mehreren Erfahrungen, die er mit den Planetenmodellen während seiner Arbeit am *Mysterium* gewann. Die große Herausforderung für die Prüfung der Richtigkeit der Größenzusammenhänge nach den Vorgaben der idealen, platonischen Körper bestand darin, qualitativ korrekte heliozentrische Modelle in die Innenflächen der platonischen Körper einzupassen. Die Kopernikanische Theorie, so wie sie in *De Revolutionibus* veröffentlicht wurde, enthielt so viele numerische Ungenauigkeiten, daß sich bereits Reinhold an eine Überarbeitung machte und diese in Form der Prutenischen Tafeln veröffentlichte. Kepler und Mästlin konnten das Ergebnis dieser Bearbeitung nur in Form der Prutenischen Tafeln selbst stützen. Ein Hauptteil ihrer Arbeit bestand darin, aus den Tafeln die zugrundegelegten Parameter der kopernikanischen Modelle zu rekonstruieren. Kepler wie Mästlin beklagten die Unsicherheit und Vorläufigkeit ihrer Berechnungen. Zudem störte Kepler das zusätzlich eingeführte Epizykel als Ausgleich für die ungleichförmigen Bewegungen um den Äquanten, wodurch die Sphären der Bahnen sehr groß werden – in Keplers Augen zu groß. Hinzu kam der Um-

56 Er nimmt sich eine Variante der Maragha-Schule zum Vorbild, die anstelle des Äquanten ein zusätzliches Epizykel einführt, vgl. Swerdlow/Neugebauer 1984.



stand, daß sich die Planeten um die mittlere und nicht um die wahre Sonne bewegten, wodurch nicht nur die Lagen der Bahnen, sondern auch ihre Größen beeinträchtigt wurden. Diese Einschränkungen machten Kepler klar, daß ein grundsätzlich neues Design der heliozentrischen Modelle erforderlich war. Zu ihrer Konstruktion konnte er sich nicht mehr auf die vorliegenden geometrischen Typen beschränken und ausschließlich deren Parametrisierung verbessern.

Es traf sich, daß sich Tycho in dem Zeitraum, zu dem er Kepler nach Prag geholt hatte, daran machte, die Modelle für Sonne, Mond und Planeten zu berechnen. Kepler übernahm von Longomontanus die Aufgabe, eine Theorie des Mars zu finden, die mit den Daten von Tycho zu vereinbaren war.

Kepler erkennt den Vorteil seiner Astronomie darin, alle konstruktiven Möglichkeiten seiner Planetenmodelle ohne Rücksicht auf die ptolemäischen Modelle auszunutzen und auf dazu geometrisch äquivalente Modelltransformationen zu verzichten, um selbständig und neu konzipierte Modelle optimal an die genauen Beobachtungen Tychos anzupassen.

## V.5 *Die Entdeckungsphasen einer Neuen Astronomie*

### V.5.1 *Erste Konstruktionsphase: Suche nach dem richtigen epizyklischen Modell*

Im Jahr 1599 schreibt Tycho an Kepler wegen einer Auseinandersetzung mit Ursus um die Priorität seines geozentrischen Planetenmodells, bei dem sich die Planeten auf Kreisen um die Sonne drehen. In diesen Streit gerät Kepler bereits vor seinem Umzug nach Prag. Er suchte nach der Veröffentlichung seines *Mysterium* nach Korrespondenzpartnern, um Reaktionen zu erhalten. Dabei beging er den Fehler, den Hofmathematiker Ursus wegen dessen vermeintlichen wissenschaftlichen Errungenschaften zu preisen. Auch bat er ihn um eine Stellungnahme zum *Mysterium*. Ursus befand sich seit längerem mit Tycho in Prioritätsstreitigkeiten und sah sich von diesem in seiner astronomischen Qualifikation kritisiert. Ursus hatte nichts Besseres zu tun, als die Lobhudeleien Keplers zu veröffentlichen, was wiederum Tycho gegen Kepler aufbrachte. In einem Brief hält Tycho Kepler diese Korrespondenz vor und fügt einige kritische Bemerkungen zu dessen Theorie der platonischen Körper hinzu. In dieser Kritik verwirft Tycho die Einführung apriorischer Elemente in die Astronomie und besteht darauf, nur solche theoretischen Elemente zuzulassen, die an der Erfahrung geprüft werden. Zudem sind einige Werte für die Planetenabstände falsch berechnet und lassen Zweifel offen, ob die platonischen Körper die wirklichen Dimensionsverhältnisse der Planetensphären wiedergeben können.

An Mästlin schreibt Kepler noch aus Graz am 26. Februar 1599:<sup>57</sup>

»Doch zurück zu meinem Buch! Reicht das aus dem Mißgeschick hergenommene Argument aus zum Beweis, daß der Inhalt falsch ist? Oder büße ich die Strafe für meine jugendliche Kühnheit und mein Streben, eine große Sache zu machen? Die Gründe Tychos verursachen mir ganz gewiß keinen Zweifel. Denn wenn ich mich auf die fehlerhaften Abstandsverhältnisse, die ich dem Kopernikus entnommen habe, stütze, so steckt doch der Fehler in den besonderen Bewegungen der Planeten, die nur eine geringe Abweichung verursachen. Tycho möge nur veröffentlichen, was er über die Himmelserscheinungen zu sagen weiß; dann wird es an den Tag kommen. Es ist ausgezeichnet, wenn er durch Beobachtungen findet, was ich durch Überlegung gefunden habe, daß nämlich außer der Bewegung um die eine Sonne mehreren Planeten eigentlich nichts Gemeinsames zukommen kann. Daher sage ich nochmals dringendst: Auf, Tycho, und säume nicht! Ich will aber bei Euch das Ergebnis meines Nachdenkens hinterlegen, damit Ihr beurteilen könnt, ob es mit Tycho übereinstimmt, wenn er einmal hervortritt.«

Kepler schreibt an Mästlin als Mitstreiter und gibt sich selbstsicher, was seine astronomischen Grundüberzeugungen betrifft. Er hat gute Gründe dafür. Bereits während der Berechnungen am *Mysterium* war ihm klar geworden, daß die wahre Sonne als Bezugspunkt für die Kreisbahnen der Erde und der übrigen Planeten gewählt werden muß. Tycho hat diesen Punkt nicht gesehen und Kepler kennt genau die (schlechten) Konsequenzen für jede Planetentheorie. Die falsche Wahl der mittleren Sonne als Bezugspunkt auch im tychonischen System ist es, die Kepler von seiner Alternativtheorie schließlich überzeugt. In dem tychonischen Modell wird nämlich auch die zweite Anomalie der Planetenbewegungen geometrisch an die Sonne gekoppelt und damit ursächlich erklärt. Die bedeutende Neuerung, die Kepler einzuführen für nötig hält, ist die Bezugnahme auf die physische Sonne für die Theorie der Planetenbewegungen. Tychos Planetentheorie bezog die Grundkoordinate aller Bewegungen immer noch nach dem kopernikanischen Vorbild auf die mittlere Sonne. Kepler ist sich sicher, daß auch die genaueren und systematisch über einen langen Zeitraum zusammengetragenen Beobachtungsdaten seiner Modifikation der Planetentheorie Recht geben wird.

Eine Schwierigkeit für die heliozentrische Planetentheorie erkennt Kepler an. Das bereits aus der Antike bekannte Gegenargument gegen eine heliozentrische Kosmologie bezieht sich auf die erforderliche Fixsternparallaxe, die ein auf der Erde befindlicher Beobachter feststellen können müßte, wenn dessen Standort merklich vom Mittelpunkt einer Hohlkugel heraus verschoben ist, auf deren Innenseite sich die Fixsterne befinden.<sup>58</sup>

»Ich will nicht abgeschreckt, sondern belehrt werden. Als einziges, womit Tycho auf mich einigermaßen Eindruck machen kann, kann er die Unermeßlichkeit [des Fixsternhimmels] anführen.«

<sup>57</sup> Kepler 1930, I, S. 100.

<sup>58</sup> Kepler 1930, I, S. 100.

Tycho wiederholt seine Kritik an apriorischen Elementen in einem Schreiben an Kepler vom Dezember 1599, in dem er ihn zugleich zur Mitarbeit auf Schloß Bernatek einlädt.<sup>59</sup>

»Einen Hauptpunkt jedoch kann ich nicht billigen, da Ihr hier in Eurer geistvollen Schrift mit den meisten anderen Schriftstellern einen Fehler begeht: Ihr gebt den Himmelsbahnen eine gewisse Realität, um auf diese Weise um so leichter für die kopernikanischen Ideen einen Weg bahnen und ihnen beipflichten zu können. Daß die himmlischen Bewegungen eine gewisse Symmetrie einhalten und Gründe dafür vorhanden sind, warum die Planeten um diesen oder jenen Mittelpunkt in verschiedenen Entfernungen von der Erde oder der Sonne ihre Umläufe ausführen, leugne ich nicht. Allein die Harmonie und Ebenmäßigkeit der Anordnung ist a posteriori, wenn die Bewegungen und die Anlässe zu den Bewegungen ganz genau feststehen, nicht a priori, wie Ihr mit Mästlin es wollt, zu ermitteln. Wenn jemand diese Leistung vollbrächte, so würde er nach meiner Meinung gar den alten Pythagoras übertreffen, der eine wohlgeordnete Harmonie in den Himmelserscheinungen, ja in der ganzen Welt vorausgesehen hat. Und wenn es auch einem fürwitzigen Tüftler so vorkommen mag, daß die zusammengesetzten Kreisbewegungen am Himmel bisweilen eckige oder andere Figuren, zumeist längliche, ergeben, so geschieht dies zufällig und die Vernunft schreckt vor dieser Annahme zurück. Denn man muß die Umläufe der Gestirne durchaus aus Kreisbewegungen zusammensetzen; denn sonst könnten sie nicht ewig gleichmäßig und einförmig in sich zurückkehren und eine ewige Dauer wäre unmöglich, abgesehen davon, daß die Bahnen weniger einfach und unregelmäßiger wären und ungeeignet für die wissenschaftliche Behandlung ....«

Der Einwand gegen Keplers mathematische Ableitung klingt modern, geht jedoch an dessen Intention vorbei. Die theoretischen Annahmen hinsichtlich der verwendeten geometrischen Grundmodelle lassen sich nicht empirisch beweisen. Sie werden hypothetisch eingeführt und müssen ihre Relevanz und empirische Adäquatheit durch eine Kontrolle an Daten ausweisen. Genau das will Kepler in *Mysterium* mit den Bahngrößen der Planeten, hofft aber, daß er die geometrischen Gründe für die Größen entdeckt hat. Kepler bleibt seiner empiristischen Einstellung treu und ist viel radikaler als seine Zeitgenossen einschließlich Tychos, liebgewonnene Hypothesen fallenzulassen, wenn die Daten es erfordern. Die von Tycho – Kopernikus zitierend – verwendete aristotelische Begründung für die Verwendung von Kreisbewegungen ist ebenso hypothetisch und nicht notwendig, wie dieser es nahelegt. Eine solche Begründung wird man bei Kepler nicht finden können. Dessen Design der Planetenmodelle ist flexibler, geometrisch auf einem hohen mathematischen Niveau entwickelt und dennoch einer strikten Ökonomie unterworfen, da Kepler die Anzahl der Kreisbewegungen stark begrenzt und die übrigen Freiheitsgrade nutzt, um die Modelle den genauen Beobachtungen Tychos optimal anzupassen. Wie die nachfolgende Konstruktionsgeschichte des Bewegungsmodells für Mars zeigen wird, ist Kepler trotz höchst aufwendiger Berechnungen und liebgewonnener Modelle sofort bereit diese zu verwerfen, wenn er erkennt, daß die ihnen gegebenen

59 Kepler 1930, I, S. 124.

Freiheitsgrade nicht ausreichen, die Modelle empirisch adäquat zu konstruieren. Diese empirische Radikalität Keplers erkennt Tycho nicht.

An Mästlin verfaßt Kepler am 20. Dezember 1601<sup>60</sup> einen Brief, nachdem er sich intensiv mit der Marstheorie beschäftigt hatte und sich seiner Ergebnisse sicher ist. Seine Einschätzung von Tychos astronomischer Arbeit ist deutlich:

»Tychos Hauptleistung sind seine Beobachtungen, ebenso viele stattliche Bände, als er Jahre dieser Arbeit vorgestanden hat. Aber auch seine Progymnasmata (worin er von den Fixsternen und der Bewegung von Sonne und Mond für unsere Zeit handelt) duften wirklich nach Ambrosia. Ich hoffe sie zur nächsten Messe herauszubringen. Daran arbeite ich eifrig; ich mache einen Anhang dazu. Was den Mond anlangt, so sind in den letzten Jahren hauptsächlich die Arbeiten eines gewissen Christian Severini Longomontanus aus Dänemark vollendet worden, wobei Tycho das Steuer in der Hand hielt. Diese Arbeiten weisen nicht die Vortrefflichkeit auf, die bei der Sonnentheorie zu finden ist. Über die Kometen wollte Tycho ein anderes Buch schreiben; über alle Planeten hat er recht gelehrte, fleißige Untersuchungen angestellt, aber so ziemlich nach der Art des Ptolemäus, mutatis mutandis, wie es ja auch Kopernikus getan hat.«

Kepler fährt mit der Darstellung seiner theoretischen Verbesserungen und seiner Kritik an den herkömmlichen Planetenmodellen fort. Der Brief an seinen Lehrer ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil er ein Beleg dafür ist, daß zum Ende des Jahres 1601 Kepler zwar an einen triumphalen Erfolg seiner astronomischen Arbeiten glaubte, seine Ergebnisse sich jedoch noch eng im Rahmen der Geometrie der Epizykeltheorien bewegten. Klar werden von Kepler die grundsätzlichen konstruktiven Defizite der herkömmlichen Planetentheorien dargestellt und von seinen eigenen Vorschlägen unterschieden.<sup>61</sup>

»Der Hipparch bedarf eines Ptolemäus, der die übrigen 5 Planetentheorien darauf aufbaut. Noch zu Tychos Lebzeiten habe ich dies geleistet. Ich habe eine Theorie des Mars aufgestellt, so daß die Rechnung ohne weiteres die Genauigkeit der sinnlichen Wahrnehmung erreicht. Die Ursache, warum beim Mars die Bewegung für unsicherer gehalten wurde, liegt nicht allein bei diesem, sie ist vielmehr allen Planeten gemeinsam, bei ihm aber am auffallendsten. Fürs erste hat nach den seitherigen Theorien die Apsidenlinie die Bahn nicht in zwei gleiche Hälften zerlegt; man ließ sie nämlich durch den Mittelpunkt des Ausgleichkreises und den Mittelpunkt der Erdbahn gehen. In Wirklichkeit aber geht sie durch den Mittelpunkt des Ausgleichkreises und die Sonne selber. Daher liegt der Mittelpunkt des Exzenters (den Ihr Euch nach ptolemäischer Art vorstellen möget) zwischen dem Ausgleichpunkt und der Sonne, während er bisher auf einer anderen Linie zwischen dem Ausgleichpunkt und dem Mittelpunkt des Jahreskreises angenommen wurde. Sodann wird die Kommutation bewirkt von einem Kreis nicht um den gedachten Mittelpunkt der ‚Großen Bahn‘, sondern von einem, der weiter unten liegt. Denn jener Mittelpunkt ist der Mittelpunkt des Ausgleichkreises der Erde, der Bahnmittelpunkt der Erde ist aber näher bei der Sonne. Drittens habe ich gefunden, daß es mit der Schwankung

60 Kepler 1930, I, S. 161.

61 Kepler 1930, I, S. 161ff.

der Bahnebenen und der Veränderlichkeit der Neigung nichts ist. Auf diese Weise wird die Theorie des Mars höchst einfach; sie besteht aus einem einzigen Kreis für die einzelnen Umläufe. Die Theorie der Sonne bzw. der Erde wird dieser Theorie ganz ähnlich; sie erhält ebenfalls einen Ausgleichkreis. In beiden Fällen zwingt Überlegung und Rechnung dazu, die zusammengesetzte Exzentrizität zu halbieren, wie es Ptolemäus getan hat, auch wenn man so vorgehen wollte, wie wenn das Verhältnis der Teile unbekannt wäre. Tycho hatte ja beim Mars ein ganz anderes Verhältnis der kleinen Kreise aufgestellt. Die Halbierung bewirkt aber in den von Tycho vorgenommenen Sonnengleichungen nirgends eine Differenz von mehr als einer Minute, in den größten Gleichungen in der Nähe der Äquinoktien überhaupt keine. Daher bleibt Tychos Erneuerung der Sonnentheorie vollauf bestehen; es wird nur der Auf- und Abstieg der Sonne vermindert, und daher wird auch die Änderung des scheinbaren Sonnendurchmessers sowie des Schattendurchmessers kleiner, was bei der Finsternisrechnung in Erscheinung tritt, meines Erachtens jedoch ohne großen Nachteil oder Gewinn. Diesen Feststellungen bei den beiden Planeten ging die Forschung nach und fand, daß die Ursache für den Ausgleichkreis rein physikalischer Natur ist, sich aber in geometrischen Verhältnissen offenbart. Denn wie sich ein beliebiger Abstand zu einem anderen verhält, so verhält sich die Zeit, die der Planet an dem Punkt mit jenem Abstand verweilt, zur Zeit, die er am Punkt mit dem andern Abstand verweilt.«

Der letzte Satz des Briefes, mit dem Kepler seine physikalische Begründung abschließt, benennt das *Abstandsgesetz*. Dieser Brief wird nur wenige Monate vor der Einsicht geschrieben, daß keine noch so gute Parametrisierung des Epizykelmodells in der Lage ist, die beobachteten Positionen des Mars korrekt wiederzugeben. Kepler liegt richtig, wenn er Tycho eine falsche Grundkonzeption seiner Planetentheorie vorwirft. Die wenigen Verschiebungen seines Grundmodells betreffen die Bezugnahme auf die wahre Sonne, die Teilung der Exzentrizität und eine feste Raumlage der Bahnebene des Planeten.

Ein Jahr zuvor, im Juli 1600, hatte Kepler den erfolglosen Versuch unternommen, beim späteren Kaiser, Erzherzog Ferdinand, eine Anstellung zu finden. In seinem Schreiben an den Erzherzog berichtete er über die bevorstehende Sonnenfinsternis und sprach sich für die Notwendigkeit aus, die Theorie des Mondes zu verbessern. In diesem Brief wird nicht nur eine der vielen anderen theoretischen Arbeiten geschildert, die Kepler während seines langen Kampfes um den Mars durchführte. Man kann diesem Brief auch entnehmen, mit welchen konstruktiven Mitteln er theoretische Entwürfe von Himmelsbewegungen angeht, bei denen mehr als zwei Kräfte die Bewegung bestimmen wie im Fall des Erdmondes:<sup>62</sup>

»Um nun die wahre Bewegung des Mondes darzustellen, bedarf es einer Auseinandersetzung über die Mondtheorie. Hier folge ich meinen eigenen Anschauungen unter Benutzung der Zahlen Tychos. Denn Tycho folgt hier den Spuren des Kopernikus und will von einer Ungleichförmigkeit der Bewegungen, wie sie Ptolemäus eingeführt hat, nichts wissen. Um daher die verschiedenen Abweichungen des Mondes

durch gleichförmige Kreisbewegungen um deren Mittelpunkte darzustellen, wendet er sehr viele kleine Kreise an, durch deren Anhäufung das Verständnis der Theorie erschwert wird. Mir aber scheint, obwohl sich Tycho sehr dagegen eingesetzt hat, die Einfachheit besser zur Natur zu passen. Um sie zu erreichen, muß man für die ptolemäische Ungleichförmigkeit der Bewegungen bei den innersten Geheimnissen der Natur Hilfe suchen. Im Gegensatz zu Kopernikus und Tycho stelle ich meinerseits die Behauptung auf: es stimmt mit der Natur aufs beste überein, wenn man annimmt, daß der Planet seine Geschwindigkeit umso mehr verlangsamt, je weiter er sich von seinem Mittelpunkt entfernt. Denn die Beobachtungsergebnisse sowohl der Alten vor Ptolemäus, wie auch die von Kopernikus und eben von Tycho in unserer Zeit bezeugen gleichmäßig, daß sich die bewegende Kraft vom Mittelpunkt aus über den Raum bis zum Umfang hin verteilt. Daher wird die Kraft, je weiter sie sich entfernt, um so schwächer, insofern sie sich über einen größeren Kreis verteilt. Der Bewegungsimpuls ist also im Planeten kleiner, wenn er, infolge eines anderen Bewegungsprinzips, sich weiter vom Sitz der Kraft entfernt.«

Wiederum ist es das *Abstandsgesetz*, das Kepler in den Mittelpunkt seiner theoretischen Erörterungen stellt. An Herwart schreibt er wenige Tage später, am 12. Juli 1600.<sup>63</sup> Dieser Brief belegt, nicht erst die von Tycho vorgebrachte Kritik mußte Kepler davon überzeugen, daß die geometrischen Verhältnisse bei den platonischen Körpern als spekulative Elemente einer apriorischen Bestimmung der Planetenzahl, ihrer Bahngröße und -geschwindigkeit unter allen Umständen der empirischen Kontrolle unterworfen werden. Sollten die Beobachtungen zeigen, daß die großen Verhältnisse im Kosmos von anderer Art sind als die aus den platonischen Körpern abgeleiteten, dann ist diese apriorische Bestimmung zu verwerfen.

Der größte Teil der astronomischen Arbeit am *Mysterium* bestand in den umfangreichen Berechnungen, die Kepler mit Mästlin zusammen ausführte, um aus den Prutenischen Tafeln und den kopernikanischen Modellen die Größen der Planetenbahnen zu bestimmen. Die Übereinstimmung zwischen den berechneten Sphärengrößen und den theoretisch aus den platonischen Körpern abgeleiteten Größen ist bereits erstaunlich gut, aber nicht so gut, daß Kepler sich in seinem Buch damit zufrieden geben konnte. Es traten Differenzen auf, die er bemerkte und in seinem Buch den Lesern deutlich bezeichnete. Seine Hoffnung bestand darin, daß seine Korrektur der kopernikanischen Theorie zu verbesserten Modellen führen würde, die seine Theorie der Bahngrößen entweder empirisch bestätigen oder widerlegen würden.

Niemand ist sich dessen sicherer als Kepler und wiederholt nimmt er gegenüber seinen Briefpartnern Klarstellungen wie die folgende vor:<sup>64</sup>

»Meine Untersuchung über die Weltharmonie hätte ich schon zu Ende geführt, wenn mich Tychos Astronomie nicht so sehr gefesselt hätte, daß ich fast von Sinnen kam; ich überlege mir jedoch, was weiter hierin zu machen ist. Einer der wichtigsten Gründe, warum ich Tycho besuchte, war ja mein Wunsch, von ihm richtigere

63 Kepler 1930, I, S. 136f.

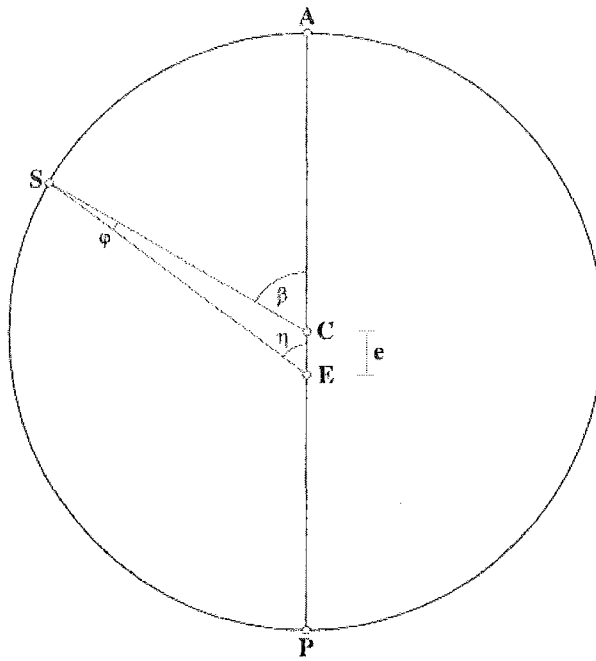
64 Kepler 1930, I, S. 136f.

Werte für die Exzentrizitäten zu erfahren, um daran mein *Mysterium* und die eben genannte Harmonie zu prüfen. Denn es dürfen diese Spekulationen a priori nicht gegen die offenkundige Erfahrung verstoßen, sie müssen vielmehr mit ihr in Übereinstimmung gebracht werden. Allein Tycho gab mir keine Gelegenheit an seinen Erfahrungen teilzunehmen, außer daß er so nebenbei beim Essen, in der Unterhaltung über andere Dinge, heute das Apogäum des einen, morgen die Knoten eines anderen Planeten erwähnte.«

In demselben Brief, etwas später, beschreibt Kepler, wie er bereits die erste empirische Bestätigung für seine Verschiebung der Bewegungspunkte auf den wahren Sonnenort erhielt:<sup>65</sup>

»Als er [Tycho, GG] aber sah, daß ich kühnen Geist besitze, glaubte er am besten mit mir zu verfahren, wenn er mir nach meinem Belieben die Beobachtungen eines einzelnen Planeten überließ und zwar die des Mars. Damit habe ich nun die Zeit zu gebracht und kümmerte mich nicht um die Beobachtungen der anderen Planeten. Ich hoffte Tag für Tag auf ein glückliches Ergebnis in der Theorie des Mars; nachher, dachte ich, würde ich auch die anderen Beobachtungen bekommen. Als jedoch die Zeit verstrich, gab mir die Hoffnung auf meine Rückkehr nach Böhmen wieder eine Sicherheit. Nun zeigte sich beim Mars, soweit ich aus Tychos Beobachtungen entnehmen konnte, daß er mit genügender Genauigkeit die Durterz angibt, die ich ihm zugewiesen habe. Auch fand mein *Mysterium* an zwei Stellen eine wunderbare Bestätigung. Denn da ich daselbst die Exzentrizitäten aller Planeten auf den Sonnenkörper selbst bezogen hatte, fürchtete ich sehr von Tycho, dieser würde sie, wie Kopernikus, auf den mittleren Sonnenort beziehen. Nun aber wehrte sich Mars beständig gegen jeden anderen Punkt, außer dem Mittelpunkt des Sonnenkörpers selbst.«

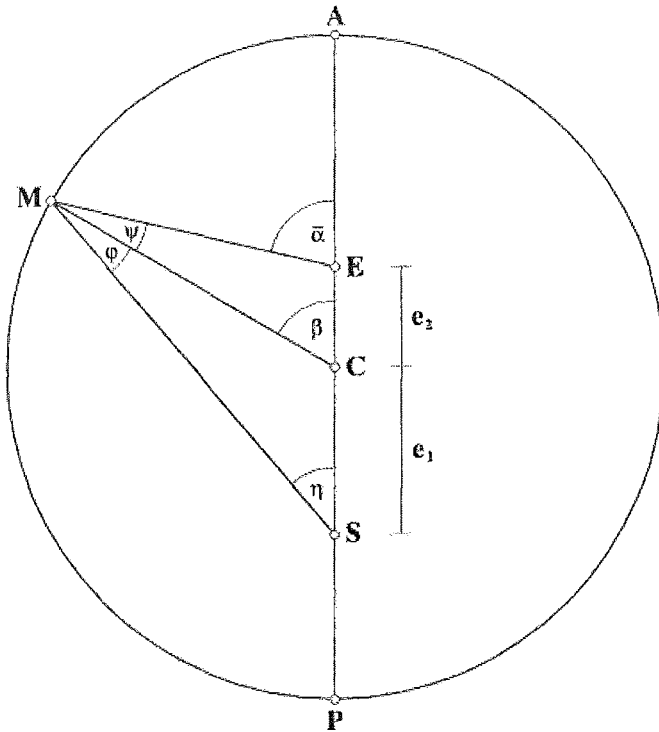
65 Kepler 1930, I, S. 137.



C	Zentrum des Deferenten	$\beta$	mittlere Anomalie
E	Erde	$\eta$	wahre Anomalie
S	Sonne	$\varphi$	optische Gleichung
A	Aphel	P	Perihel

Abb. 17: Sonnentheorie nach Tycho Brahe.





C	Zentrum des Deferenten	$[\bar{\alpha}]$	mittlere Anomalie
E	Äquant	$\beta$	exzentrische Anomalie
S	Wahre Sonne	$\eta$	wahre Anomalie
A	Aphel	$\varphi$	optische Gleichung
P	Perihel	$\psi$	physikalische Gleichung
M	Mars	$e_1, e_2$	Exzentrizitäten

Abb. 18: Marstheorie, erweiterte Epizykeltheorie mit geteilter Exzentrizität.

Wie im Brief an Mästlin erwähnt, verwendet Kepler Tychos Sonnentheorie (Abb. 17), welche die erforderliche Genauigkeit besitzt, auch in den anfänglichen Berechnungen der Erdposition, so wie es in der *Astronomia Nova* berichtet wird. Er kombiniert die Sonnentheorie mit einer Marstheorie im epizyklischen Design, bei dem jedoch anders als bei Ptolemäus das Verhältnis der Exzentrizitäten nicht als halbiert vorgegeben, sondern variabel gehalten wird (Abb. 18).

Zunächst versucht Kepler eine Optimierung der Marsbahn, indem klassische Konzepte neu miteinander kombiniert werden. Tychos Sonnentheo-

rie war die derzeit genaueste. Für die Marstheorie wird auf der ptolemäischen aufgebaut. Aber die bis zu diesem Zeitpunkt von niemandem bezweifelte Teilung der Exzentrizität des Ptolemäus wird aufgehoben.

Eine physikalisch richtige Astronomie ist für Kepler unverzichtbar, und das erfordert die Suche nach den wahren Gesetzen der Himmelsbewegungen. Diese prägen nicht nur die Modellwahl im Fall der Planetentheorie. In einem Teil des *Hipparch* genannten Manuskriptes – der *sciаметria* – wiederholt Kepler beispielsweise die zahlreichen Bemerkungen der *Astronomia Nova*, daß physikalische Anschauung (*physica contemplatio*) eine »äußerst scharfsinnige Führerin durch die ganze Astronomie« ist. In der *sciаметria* beschäftigt sich Kepler insbesondere im Zusammenhang mit Finsternisberechnungen mit der Mondtheorie, die er während seiner Arbeit an der Marstheorie durchführt, nicht zuletzt, um dem Kaiser den Wert einer genauen Astronomie angesichts einer anstehenden Sonnenfinsternis demonstrieren zu können. Da die Bewegungen des Mondes um ein Vielfaches komplexer sind, Kepler aber eine rein geometrische Lösung der Bewegungsformen nicht als hinreichend geklärte Theorie akzeptieren kann, zwingt ihn sein physikalischer Ansatz zu weitgehenden Hypothesen hinsichtlich sich überlagernder physikalischer Kräfte<sup>66</sup> von Sonne und Erde auf die Mondbewegungen. Er sieht allerdings ein, daß diese physikalischen Modelle, die *ausschließlich* in epizyklischen Modellen ihren geometrischen Ausdruck finden müssen, die Mondbewegungen nur unbefriedigend erklären können. So drückt er die Hoffnung aus, daß er zu späterer Zeit in der Lage sein werde, den »physikalischen Teil der Astronomie« herauszugeben, d.h. eine befriedigende physikalische Theorie der Mondbewegung zu finden.<sup>67</sup>

### V.5.1.1 Die optimalen Kreisbahnen

In der *Astronomia Nova* berichtet Kepler über einige Varianten der Kreisbahn des Mars, die er bei unterschiedlicher Berücksichtigung von empirischen Daten erhalten hatte.

Im Kapitel 19 der *Astronomia Nova* stellt er eine Variation der im 16. Kapitel beschriebenen Theorie dar, die Exzentrizitäten werden jedoch als gleich angenommen. Die dort vertretene Theorie erlaubte wie bei Tycho noch eine ungleichmäßige Teilung der Exzentrizität. Was zunächst wie ein theoretisch allgemeineres Modell aussieht (das Modell gewinnt einen Freiheitsgrad), wird von Kepler später wieder zurückgenommen. Er zitiert die ptolemäische, gleiche Teilung, übernimmt sie aber erst, nachdem er sie durch Beobachtungen erhärten konnte. Zusätzlich bietet diese Konstruktion ein wichtiges physikalisches Argument in Keplers Sicht, da jetzt alle Pla-

<sup>66</sup> Kepler 1988, S. 515.

<sup>67</sup> Kepler 1988, S. 515.



Verfahren, um die Positionsaussagen seiner Theorie aufs genaueste zu prüfen und stellte dabei fest, daß seine zuvor noch so selbstsicher berichteten Erfolge vorschnell verkündet worden waren. Eine besonders scharfsinnige Methode zeigt Abbildung 19. Wie bei allen Planeten ist auch beim Mars die Umlaufzeit besonders genau bekannt. Wenn nach einer solchen Periode der Planet erneut beobachtet wird, kann man sich bei wenigen theoretischen Annahmen<sup>68</sup> über seinen Ort in der Bahn sicher sein: der Planet befindet sich am selben Raumpunkt relativ zur Sonne und den Sternen. Während dieser Zeiten befindet sich der Beobachter jeweils an einem anderen Punkt der Erdbahn. Dies kann man sich zunutze machen, um den Mars gedanklich auf dem gleichen Bahnpunkt von unterschiedlichen Positionen aus zu beobachten. In Abbildung 19 sind vier solche unterschiedlichen Beobachtungspositionen abgetragen. Leicht erkennt man, wie sich aus der Geometrie solcher Situationen durch eine einfache Triangulation die Distanz des Mars von der Sonne berechnen läßt. Mit diesem Ergebnis kann Kepler prüfen, ob sich Mars auf einem exzentrischen Kreis um die Sonne S bewegt. Sein Ergebnis ist negativ! Die unterschiedlichen Beobachtungen aus den vier Positionen ermöglichen zudem die Kontrolle der Genauigkeit der Berechnungen und diese lassen keinen Zweifel mehr zu: Tycho's Daten sind ein Schatz, der Kepler zwingt, die Kreisbahnhypothese zu verwerfen.

Wie leicht nachzuvollziehen ist, beschreibt Kepler in seinen Briefen diesen Moment sehr dramatisch. Es sind die vielzitierten acht Bogenminuten, die der Kreisbahnhypothese fehlen, um von Kepler akzeptiert werden zu können. Diese geringe Differenz läßt ihn nicht ruhen, nach neuen Modellen zu suchen. Auch nachdem die Kreisbahnhypothese als Ganzes verworfen wurde, bleiben Kepler zwei Varianten von Epizykelmodellen, die jeweils für unterschiedliche Aspekte der Bahnbewegung optimiert wurden. Mit der einen berechnet er die Distanzen des Planeten Mars, mit der anderen die Winkel zur Sonne. Technisch hat er damit alle Möglichkeiten, Tabellenwerke der Planetenbewegung zu erstellen und die Beobachtungswerte Tycho's zu reproduzieren. Nur braucht er dafür zwei verschiedene Modelle, die insgesamt keine dynamischen Prinzipien geometrisch repräsentieren.

**These 1** *Mit der Widerlegung der Hypothese einer kreisförmigen Bahn verliert Keplers bisheriges Epizykelmodell den Status einer geometrischen Repräsentation naturgesetzlich verursachter Bewegung. Kepler behält als »Stellvertreterhypothese« zwei unterschiedlich parametrisierte Modelle, mit denen er die Planetenbewegung richtig berechnen kann.*

68 Die Bahnform bleibt über den betrachteten Zeitraum konstant.

### V.5.3 Dritte Konstruktionsphase: Erster Versuch einer Ovalbahn

Im 44. Kapitel beschreibt Kepler, wie er die klassische Vorgabe der kreisförmigen Marsbahn aufgab und ein neues Marsbahnmodell entwickelte, bei dem sich der Mars nicht mehr auf einer Kreisbahn, sondern auf einer ovalförmigen Bahn bewegt.

Dank eines glücklichen Zufalls befinden sich auf den letzten Seiten des bis zum Frühjahr 1602 erhaltenen Notizbuchs Keplers Überlegungen aus den Anfängen der neuen Ovalhypothese. Die Bedeutung dieser Aufzeichnungen für das Verständnis des Übergangs zum neuen Modell kann nicht groß genug veranschlagt werden. Sie beschreiben auf wenigen Seiten die Übergangsphase, in der Kepler einerseits die Notwendigkeit einer Abkehr von einer kreisförmigen Bahn einsieht und andererseits seine Suche nach der Interpretation einer ovalförmigen Bahn einsetzt. Keplers Aufzeichnungen werden nachfolgend in der Übersetzung von Donahue wiedergegeben.<sup>69</sup>

Kepler ordnet in dem Notizbuch die Ursachen für die beiden Bewegungskomponenten eindeutig den Himmelskörpern zu:<sup>70</sup>

«That the planet is revolved about the Sun, this motion is accomplished by the Sun and is dispensed in accordance with the distance, and occurs in time and by the measure of time. For it is a natural motion.»

«That the planet varies its distances from the Sun, this motion is accomplished by the planet, and is dispensed by the measure, not of time (for it is not a natural motion, but more of an animate one), but to the measure of the space traversed, which is a geometrical thing, and it is fitting that a sense thereof be in the planet, since it is carried through space. And if it does not grasp it *qua* spaces by the geometrical mind *per se*, it will surely grasp it by comparison with the fixed stars and the Sun.»

Kepler wiederholt im Arbeitsbuch seine Annahmen über die Anzahl der Kräfte und ihre geometrische Repräsentation, als ob er sich Schritt für Schritt dieser Annahmen versichern möchte. Die Kraft der Sonne wirkt zwar auf den Planeten ein, ihren geometrischen Ausdruck findet die Bewegung jedoch im Deferenten, auf dem sich der Epizykel bewegt, dessen Bewegung selbst nur durch die Kräfte des Planeten verursacht sind. Die freien Parameter, bei denen Kepler sein Modell verändern will, beziehen sich auf die variierenden Drehgeschwindigkeiten. Wie schnell muß sich der Epizykel auf den jeweiligen Abschnitten seiner Bahn bewegen? Kepler weiß, daß die Kreisbahnmodelle zu große Distanzen geben, daß also in einem besseren Modell der Epizykel sich ein wenig schneller drehen muß. Wie schnell sollte es sein? Seine Überlegungen hält Kepler mit den nachfolgenden Sätzen fest:<sup>71</sup>

69 Donahue 1993.

70 Donahue 1993, S. 85ff.

71 Donahue 1993, S. 92.

»The cause is made plausible, if only this single doubt be removed: why should we not rather say that the diameter of the small circle, by which Mars brings about the eccentricity, by which it also [brings about] the apogee, is always directed toward the same fixed stars? Because Mars would thus be bound to some imaginary point, the Sun would act at the point, and through the point it would carry Mars along, which things are absurd, and in which case the small circle would have no purpose because it does not turn around. But can it be said that Mars intends a circle? How is it established everywhere? Could it be [established] about some point of the orb? False! Hitherto I have indeed fancied that it [i.e., Mars] has among its endowments the precise distances it is going to have from the Sun, [derived] from the circle, and I made it cause those [distances] to come to pass, with respect to its path. As, if indeed that by which it maintains the equal radii of a perfect circle about the Sun were removed, it would in a hallucinatory manner transpose those [radii] to it.«

Der einzige Zweifel, den Kepler an seinem Modell beseitigt sehen möchte, bezieht sich auf die Variabilität der Drehgeschwindigkeit des Epizykels. Bei einer Kreisbahn behält der Vektor vom Mittelpunkt des Epizykels zum Planeten auf dem Epizykel seine räumliche Orientierung bezogen auf die Sterne bei. Diese feste Orientierung sorgte dafür, daß die Auslenkung des Planeten durch den Epizykel zu einer resultierenden Kreisbahn führte. Kepler gesteht sich ein, an Möglichkeiten der Epizykeldrehung gedacht zu haben, bei denen die Drehung des Epizykels vom Abstand von der Sonne abhängt. Er fragt sich, wie der Planet das wissen kann. Weniger anthropomorph formuliert, wie kann die Drehung des Epizykels in eine Abhängigkeit von der Sonnenentfernung gebracht werden? Kepler kommt in dieser Richtung nicht weiter und schreibt in sein Arbeitsbuch:<sup>72</sup>

»Consider differently. It [i.e., the planet] was about to make a circle by means of elongations from the Sun, but the cause is foreign, which impedes the one who is contemplating this[.] [I]t [i.e., the cause] makes it happen that more of its [i.e., the planet's] attempts fall in the upper semicircle than the circular ratio bears. And there are fewer below than the ratio bears. Thus the upper semicircle is compressed, the lower is drawn out and oblong. Does the time do this? Again, therefore, the planet would also look to the time. As, however many days it remains above [i.e., on the aphelial part of its path], it makes that same number of distances of the diurnal [motion] of the eccentric (or rather, the equant) above, although the part of the eccentric that is above is not so great. Therefore the planet looks to the Sun, and measures its approach to the Sun, by the increase of the visual angle, under which it detects the Sun [from the distance] (by intellect, not by sight, for the angle still remains even if there is no eye), [and] knows, if a perfect circle is to occur, of which it has the awareness of how it is to be increased in equal times, it measures the times and accomplishes those increases by its approach. This reason is more likely.«

Wieder beginnt Kepler seine Überlegungen mit der Korrektur an der Kreisbahn. Der Epizykel muß den Planeten bei seiner größten Entfernung an den Apisden schneller hineindreuen und damit den Planeten der Sonne annähern. Nach diesen allgemeinen Konstruktionsüberlegungen stellt er sich die

72 Donahue 1993, S. 93.

Frage: »Macht es die Zeit?« Kepler sucht nach einer Größe, auf die bezogen sich die Drehgeschwindigkeit des Epizykels definiert. Mit der Frage nach der Zeit überlegt er eine sehr einfache Lösung: der Epizykel bewegt sich mit konstanter Drehgeschwindigkeit. Nahe dem Aphel wäre damit der Planet schneller nach innen zu den Apsiden eingedreht, ganz wie es Kepler durch die Triangulationsverfahren erwartet. Diese Lösung, keine komplizierten Koordinationsmechanismen zwischen Epizykel und seiner Lage auf dem Deferenten annehmen zu müssen, mutet Kepler so einfach an, daß er mit der Bemerkung abschließt, »dieser Grund ist der wahrscheinlichere.«

Wir sehen Kepler auch bei der Konstruktion der Ovalbahn noch ganz auf der traditionellen Linie der Modellbildung. Überraschend anders kommentiert der Übersetzer der *Astronomia Nova* und dieses Ausschnittes aus den Arbeitsbüchern diese wichtige Neuerung:<sup>73</sup>

»The epicyclic hypothesis having fallen apart, Kepler returns to the eccentric oval model sketched out earlier, and tries to think through how it would work physically. Of the next step in the development of this hypothesis, Kepler later wrote: But then what they say in the proverb, »A hasty dog bears blind pups«, happened to me.«

Donahue zeichnet ein falsches Bild. Es kann keine Rede davon sein, daß Kepler epizyklische Modelle aufgibt und sich endlich auf die Berechnung einer Bahnform konzentriert, die vom Kreis abweicht. Im berühmten Zitat der *Astronomia Nova* bedauert Kepler seine Schnelligkeit, mit der er voreilig die fragliche Hypothese entwarf und vermeintlich an ihr festhielt. Wenn man sich in die konstruktive Situation hineinversetzt, in der er 1602 nach einem richtigen Drehverhalten des Epizykels sowie nach Größen und geometrischen Situationen suchte, die eine richtige Drehung koordinieren, dann erkennt man, wie wenige Möglichkeiten es überhaupt gab. Zudem waren die Kreisbahnen außerordentlich gut parametrisiert und die verbleibenden Fehler würden durch die veränderte Drehung des Epizykels verbessert werden. Alles andere an den epizyklischen Modellen bliebe gleich, nur die neue gleichförmige Bewegung des Epizykels führte zu einer Verbesserung der Bahn: hin zu einer Ovalform. Sogleich schließt Keplers neue physikalische Erklärung sich dieser Geometrie an:<sup>74</sup>

»Therefore, the distances from the Sun are established, or computed, through the eccentric anomalies, but are picked out through the simple anomalies. It has this sort of acquaintance with its eccentric and with the periodic time by which the apogee moves forward. For the rest, it is not anxious about whether it is carried. But the fixed stars are at its disposal for indicating the other things [directing the path] and for changing the places of the nodes, perchance also the apogee. For the path around the Sun, which vanishes beneath the fixed stars, does not disturb it [i.e., the apogee]. Thus it is freed from having to look to a foreign power, and no inconstancy of its motion, which lays open no cause, is admitted. The inconstancy of motion without doubt has its cause from the Sun. Thus it is not only the time, but also the number

73 Donahue 1993, S. 93.

74 Donahue 1993, S. 95.

of distances, that is borrowed from the circle of the equant. For the line of apsides which [goes] straight through the Sun divides this number. By just as much, as you may recall, [it divides] the distance to be computed in the eccentricity of the eccentric.«

Nachdem Kepler die Schwierigkeiten der alten Theorie vorläufig benannt hatte, faßt er zusammen:<sup>75</sup>

»The matter reverts to this, that with Ptolemy, against Copernicus, we say that the small circle, by which the eccentricity about the apogee is fixed, by reason proceeds uniformly. This is just what I think.

We shall explain the matter thus.

The Sun tries to accomplish a circle. The planet does just the same, but each hinders the other. The Sun was going to move [the planet] uniformly in a circle, since it [i.e., the Sun] does not have the force for pulling or for propelling, but simply for agitating. Therefore, it ought to be circular about the Sun. But the planet too tries to accomplish a circle, so as to nod towards and away from the Sun. In this way it hinders the Sun, so as to move unequally in equal times, for in departing from the Sun it is in a weaker power. And now the planet, at rest and free from the Sun's motion, will set out equal circumferences in equal times, and will approach the Sun uniformly in a circle. (Just as previously the Sun, free from the planet's motion, restored the planet to its position [uniformly] in a perfect circle.) *But more slowly or feebly*; and, spread out through another circle about the Sun, it will make a perfect circle compounded of the two motions. But now, moved by the nonuniform power of the Sun, it spreads out its equal forward motions, completed in equal times, into unequal spaces of the circle of return. If the path itself had been a circle, the planet would have directed its motion unequally in equal times.«

Donahue kommentiert die letzten Seiten des Arbeitsbuches so:<sup>76</sup>

»The view of Kepler's approach to the oval hypothesis afforded by the text is in some respects significantly different from his own depiction of it in letters and in the *Astronomia nova*. One can see vividly the tenacity displayed by the idea of circularity in the face of contrary evidence. It was only by emphasizing that the orbit was a composite of two circular motions (one of them non-uniform), and by characterizing the resultant as an 'oval circle', that he was able to bring himself to accept the oval. Evidently, when he took himself to task in the *Astronomia nova*, chap. 45 for uncritically accepting an unsatisfactory model (for which see the passage from that chapter quoted below), he no longer felt the powerful hold of the axiom of circularity.«

Ein offensichtliches Mißverständnis wird an dieser Stelle deutlich. Auch im 45. Kapitel kommt Kepler nicht davon los, die Bahn des Planeten mit einer Epizykelkonstruktion zu erklären. Auch im Falle einer Ovalbahn und sogar noch der späteren Buccosa wie auch der Ellipsenbahn reicht die empirische Rechtfertigung der Bahnform nicht zu einer physikalisch befriedigenden Erklärung der Himmelsphänomene aus. Die oft geäußerte Behauptung, erst im Licht seiner Arbeitsbücher könnten seine Verfahrensschritte in der

75 Donahue 1993, S. 96f.

76 Donahue 1993, S. 75.



*Astronomia Nova* historisch geprüft und qualifiziert werden, sollte Keplers veröffentlichte Darstellung seines Kampfes um Mars nicht disqualifizieren. Das Interpretationsschema, die *Astronomia Nova* als eine retrospektive Glättung der Entdeckungsgeschichte darzustellen, darf nicht selbst zu einer anachronistischen Betrachtung von Keplers Forschungsprogramm und wissenschaftlichen Errungenschaften führen. Donahue irrt, wenn er behauptet, erst die Komposition der Bewegungen aus zwei Kreisbewegungen mit einer Ovalbahn als Resultierender hätte Kepler in die Lage versetzt, eine nicht kreisförmige Bahnform zu akzeptieren. Von Anfang an verfolgte Kepler die Komponentenaufteilung der Kräfte in zwei zu koordinierende Bewegungsanteile. Bereits mit der Widerlegung der Kreisbahn wußte Kepler, daß die resultierende Bahn ein Oval (im weitesten Sinne) sein mußte. Kepler hatte keine Mühe, sich an eine besondere Bahnform zu gewöhnen. Seine Schwierigkeit bestand darin, eine physikalisch akzeptable Beschreibung der Bewegungszusammenhänge in einem Epizykel zu geben, das in eine empirisch adäquate Bahn mündet. Keplers Ansichten im Arbeitsbuch unterscheiden sich nicht von den Darstellungen in den Kapiteln 45-46 der *Astronomia Nova*:

»Another surprise is that the oval appears in the eccentric form, introduced in chap. 46, and not in the epicyclic form that Kepler uses when first describing it in chap. 45. There is a brief remark on the final page of the transcribed selection that alludes to the epicyclic form, and that is all. That is significant, since the two forms are physically and conceptually different, despite their geometrical equivalence. It may be that in writing the *Astronomia nova*, Kepler presents the epicyclic form first for the sake of clarity. However, we now know that this is not the guise in which it first occurred to Kepler.

The physical account of planetary motion differs from those put forward in the *Astronomia Nova* in that the planet's proper motion (as distinguished from the circular motion imparted by the Sun) is caused by a moving soul in the planet. The force moving the planet in and out originates in the planetary mover, not an interaction between the planet and the Sun. Kepler remarks in one place that this motion is »not a natural motion, but more of an animate one«. This may be an allusion to Galenic physiology (in which case, the question is what sort of soul the planet has), or it may be he intended to distinguish intrinsic causes (animate) from extrinsic ones (natural). Whichever it is, the planets are moved in and out by souls, not extrinsic forces.«<sup>77</sup>

Donahues Ausführungen stellen eine völlige Mißinterpretation von Keplers Überlegungen dar. Natürlich hat die Aufspaltung in Komponenten nur den Sinn, in einer epizyklischen Konstruktion das Zusammenwirken der beiden bewegenden Kräfte zu zeigen. Diese kausale Erklärung ist nicht möglich mit einem äquivalenten exzentrischen Modell. Dieses wiederum liefert eine Darstellung der Bahn, ohne den inneren Mechanismus zu zeigen. Beide Darstellungen zeigen somit unterschiedliche Aspekte der Marsbewegung,

<sup>77</sup> Donahue 1993, S. 75f.

sie ergänzen sich, und sind somit nicht Ausdruck einer Meinungsverschiebung von der Niederschrift der Arbeitsbücher bis zur Drucklegung der *Astronomia Nova*.

In der Tat ist Kepler mit diesem Ergebnis zunächst davon überzeugt, die gesuchte Lösung gefunden zu haben. Am 7. Oktober 1602 schreibt er an Herwart:<sup>78</sup>

»Doch habe ich mich zwei Jahre lang um die Theorie des Mars bemüht und es reut mich nicht; ich bin so weit gekommen, daß ich den Ort des Mars, wie ihn alle Beobachtungen bezeugen, genau berechnen kann, wie Tycho den Ort der Sonne. Außerdem habe ich die wahre Natur der Bewegungen erkannt, was mir sehr wichtig ist und worüber ich mit größtem Vergnügen nachdenke. Schließlich habe ich in der Theorie des Mars, gleichsam von einer hohen Warte aus, untersucht, von welcher Art und Größe die Einwirkung der Sonne auf die übrigen Planeten ist.«

Der Maßstab der Beurteilung wird von Kepler klar herausgestellt: die Theorie muß empirisch so gut sein wie die Theorie der Erdbewegung (oder die der Sonne, je nach Betrachter) von Tycho, die Kepler in den früheren Briefen bereits als die allein bestehen bleibende theoretische Entdeckung Tychos nannte. Wiederum betont Kepler die Bedeutung einer physikalisch angemessenen Theorie. Es sei ihm wichtig, die wahre Natur der Bewegung, d.h. die Bewegungsursachen und ihren geometrischen Ausdruck zu finden. Eine solche Theorie leitet die Bewegungen aus dem *Distanzgesetz* ab und aus Hypothesen über die Zahl und Größe der Kräfte. Keine empirisch adäquate Theorie wäre für Kepler als astronomische Theorie der Himmelsbewegungen akzeptabel, wenn sie nicht auch die richtigen physikalischen Verhältnisse wiedergibt. Nicht zu vergessen ist die Tatsache, daß Kepler mit den jeweils optimal angepaßten zwei Varianten der Vicaria insgesamt die Mittel hatte, eine genaue Position des Mars zu berechnen. Dies reicht Kepler nicht, und alle Arbeiten nach der Aufgabe der Kreishypothese haben nicht mehr das Ziel, die empirische Genauigkeit seiner Berechnungen zu erhöhen, sondern verfolgen das Anliegen, mit dieser Genauigkeit das kausal richtige Modell zu konstruieren.

Keplers Weg, neue Hypothesen zu konstruieren, ist für seine Zeitgenossen und sogar für vertraute Briefpartner nicht leicht nachzuvollziehen. Gegenüber Fabricius klärt Kepler seine Arbeitsweise am 4. Juli 1603:<sup>79</sup>

»Ich dagegen möchte in der Natur nicht ohne weiteres das Axiom preisgeben, welches anders zu begründen ist, nämlich das Axiom, daß Gott in der Regel durch kleinste Mittel Größtes erreicht. So oft uns derartiges in der Natur begegnet, steckt ein solcher, zudem leicht zu erkennender Grund dahinter ... [Abs.] Zu der glatten Berechnung der wahren Hypothese und eines beliebigen exzentrischen Orts [des Mars], ohne auf die kleinsten Teile vom Apogäum an zurückgehen zu müssen, fehlt mir nur eines: die Kenntnis der geometrischen Erzeugung der ovalen oder gesichts-förmigen Bahn, sowie der Teilung ihrer Fläche in gegebenem Verhältnis. Wenn die

78 Kepler 1930, I, S. 171f.

79 Kepler 1930, I, S. 187.

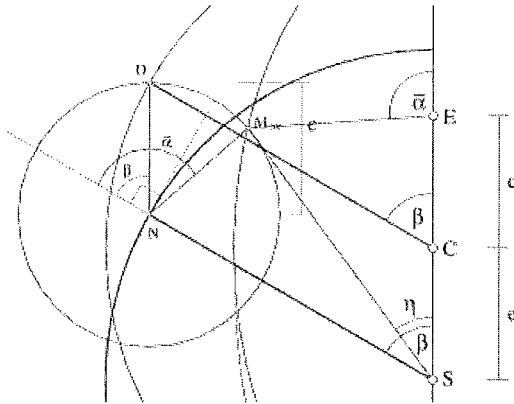
Form eine vollkommene Ellipse wäre, so hätten Archimedes und Apollonius das Gewünschte geleistet.«

Während Kepler noch an die Ovalbahn glaubt, berichtet er Fabricius über seine Schwierigkeiten der Bahnberechnung. Die Klage ist berechtigt, den mit der einfachen Konstruktion des Bewegungsverhaltens des Epizykels (konstante Winkelgeschwindigkeit) hat sich Kepler ein Berechnungsproblem eingehandelt, das mit direkten analytischen Mitteln nicht zu lösen ist.<sup>80</sup>

»Lieber Fabricius, Euer eifriges Streben nach Wahrheit verdient zwar Anerkennung. Im übrigen wird diese Frage [der Exzentrizität der Erdbahn] durch solche Mutmaßungen und Ideen nicht in Gang gebracht. Wir werden in Ewigkeit kein sicheres Ergebnis erlangen, wenn wir nicht irgend etwas als sicher und feststehend voraussetzen. Ihr meint aber, daß ich mir zuerst irgend eine gefällige Hypothese ausdenke und mir selber bei ihrer Ausschmückung gefalle, sie dann aber erst an den Beobachtungen prüfe. Da täuscht Ihr Euch aber sehr. Wahr ist vielmehr, daß ich, wenn eine Hypothese mit Hilfe von Beobachtungen aufgebaut und begründet ist, hernach ein wundersames Verlangen verspüre zu untersuchen, ob ich darin nicht irgend einen natürlichen, wohlgefälligen Zusammenhang entdecken kann. Aber nie stelle ich zuvor ein abschließendes Urteil auf. Ich habe vor 1 1/2 Jahren physikalische Träumereien über die Halbierung der Exzentrizität gesponnen, habe sie aber ganz abgeschlossen, denn immer kam 2300 statt 1800 heraus. Der Fehler lag aber in den Beobachtungen, die nicht richtig auf die Ekliptik reduziert waren; das habe ich erst so lange Zeit hernach entdeckt. Nach Behebung des Fehlers kam sofort 1800 heraus, und zwar bei allen Versuchen [...].«

Im 56. Kapitel teilt Kepler die Ergebnisse seiner neuen Berechnung der Entfernung Sonne-Mars mit. In diesem Kapitel erfolgt keine neue Modellbildung, es werden dort aber die Grundlagen sowohl zur Verwerfung der Ovalbahn als auch für die Bildung der nachfolgenden Modelle gelegt.

80 Kepler 1930, I, S. 187.



C	Zentrum des Deferenten	$[(\alpha)]$	mittlere Anomalie
E	Äquant	$\beta$	Exzentrische Anomalie
S	Wahre Sonne	$\eta$	wahre Anomalie
A	Aphel	$\varphi$	optische Gleichung
P	Perihel	$\psi$	Physikalische Gleichung
M	Mars	N	Zentrum des Epizykels

Abb. 20: Ovalbahn nach Kepler. Elliptische Eigenschaften deutlich vergrößert, um die Konstruktionsweise zu veranschaulichen.

Klassisch erhielt man eine Kreisbahn, wenn man am Mittelpunkt des Epizykels N, von der Verlängerung der Strecke SN ausgehend, den Winkel  $\eta$ , also die wahre Anomalie aufträgt. Durch eine aufwendige Triangulation erkannte Kepler, daß die Bahn des Mars nicht kreisförmig, sondern an beiden Seiten nach innen eingedrückt ist. An dieses numerische Ergebnis suchte er nicht eine geeignete Bahnform anzupassen, z.B. eine Ellipse, ein Oval oder was man sich sonst noch als plausible Bahnform denken könnte. Für ein Verständnis der Arbeitsweise Keplers hat man – dies ist von entscheidender Bedeutung – seine immer noch bestehende Bindung an die epizyklischen Modelle zu berücksichtigen. Nur in den Epizykelmodellen werden die Planetenbewegungen als Wirkungen von Krafteinwirkungen richtig modelliert. Eine ausschließliche Behandlung von nicht-kreisförmigen Bahnen ist für Kepler eine unvollständige astronomische Betrachtungsweise. Aus diesem Grund bleibt er bei einem Modell von sich überlagernden Kreisbewegungen und versucht nur ihre Drehbewegungen so zu verändern, daß die erforderliche Verengung der Bahn auftritt. Die erste Lösung in Form einer resultierenden Ovalbahn erhält er durch eine einfache Übertragung einfacher physikalischer Vorstellungen auf die möglichen kausalen Wechselwirkungen und deren kinematische Konsequenzen in Form der Drehung des Epi-

zykels, auf dem der Planet Mars sitzt (Abb. 20). Bei der Stellvertreterhypothese bewegt sich der Epizykel nicht gleichmäßig mit der Zeit. Dies ist die einzige Änderung, die Kepler an der sogenannten traditionellen ersten Form seines Planetenmodells – der Stellvertreterhypothese – vornimmt. Kepler setzt an die Stelle der zuvor komplexen Umdrehungsbewegung des Epizykels die Annahme einer Drehung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Die resultierende Bahn des Mars ist ein Oval.

Zwei Tage bevor Kepler einen Brief an seinen ehemaligen Lehrer richtet, schreibt er an den Senat der Universität Tübingen und bittet darum, im Falle seines Ablebens sein Manuskript über den Marskommentar zu veröffentlichen.<sup>81</sup>

»Es hätte sich zwar geziemt, daß ich mich bei dieser Abmachung der Vermittlung des Herrn Mästlin bedient hätte. Da mich aber dieser seit fünf Jahren trotz meiner vielen Bitten seines mir so willkommenen brieflichen Zuspruchs beraubt hat – ich weiß nicht in welcher Absicht oder durch welche Schuld meinerseits – möchte ich, erfüllt von Sorge, meine Sache selber führen und Eure Magnifizenz und Eure Ehrwürden inständig bitten, mir in irgend einem Antwortschreiben ihre Meinung über diese Angelegenheit kundzutun.«

In einem Brief vom 14. Dezember 1604 fleht Kepler Mästlin um die Wiederaufnahme der Korrespondenz an:<sup>82</sup>

»Wenn ihr meine Arbeiten über die Bewegungen des Mars einsehen würdet, so würdet Ihr, glaube ich, das sagen, was auch wirklich zutrifft und was Ihr sicherlich auch über die Optik sagt, nämlich daß ich nicht selten eine Schwierigkeit suche, wo keine ist. Warum wollt Ihr nun keinen Briefwechsel mit mir unterhalten? Häufig passiert mir in Gedankenlosigkeit etwas Ungeschicktes; würden wir die Sache brieflich besprechen, so würde ich jedesmal leicht darauf kommen. Meine ganze Arbeit ist darauf gerichtet, nunmehr aus den wahren Ursachen sowohl die richtigen Gleichungen des Exzenters als auch die Abstände zu berechnen. Mit Gottes Gnade bin ich so weit gekommen, daß sich weder beim einen noch beim anderen ein größerer Fehlbetrag ergibt und ich sicher sein kann, daß beide Größen aus derselben Hypothese hervorgehen, so daß das, was ich über die bewegendenden Kräfte vorbringe, nicht haltlos sein kann.«

Die kleine Einschränkung am Ende des Zitats, daß sich aus den Gleichungen kein *größerer* Fehlbetrag ableite, zeigt gleich die dunklen Flecken an, die seine geliebte Theorie bereits zeigt und die sich hartnäckig halten und schließlich zu deren Aufgabe führen werden.

81 Kepler 1930, I, S. 210f.

82 Kepler 1930, I, S. 211f.



Tragen wir hypothetisch den Winkel  $\delta$  am Epizykel ab, erhalten wir eine neue Position des Planeten  $e_3$ . Für diese Position ergibt sich jedoch ein neuer Winkel  $\delta'$  am Ausgleichspunkt. Tragen wir diesen Winkel am Epizykel ab, erhalten wird die Position des Planeten  $e_4$ . Verfahren wir weiter so, werden die Korrekturen immer kleiner und wir können davon ausgehen, daß in diesem Fall das Verfahren zu einer Lösung konvergiert, bei der der Winkel des Planeten in der Position  $e_5$  gleich dem Winkel am Ausgleichspunkt  $\beta$  ist. Konvergiert dieses Verfahren jedoch immer? Ist es überhaupt ein praktisches Verfahren, die Position des Planeten als eine Funktion der mittleren Anomalie zu berechnen? Sicher ist allein wegen eines schwierigen Abbruchkriteriums das Iterationsverfahren unsicher. Kepler schaut sich folglich nach einem anderen Verfahren um.

Auf der Suche nach diesem neuen Verfahren ging Kepler verschiedene Wege, die äußerst arbeitsaufwendig sind; an vielen Stellen drohen schwer zu entdeckende Rechenfehler wie auch methodisch nicht immer systematisch zu Ende gedachte Annahmen. Er kann sich niemals sicher sein und wiederholt daher Berechnungen oft auf gleiche Weise. Oder er denkt sich alternative Verfahren aus, um so die numerische Sicherheit am Ergebnis überprüfen zu können.

- Die Bahnform wird durch die Geometrie der epizyklischen Konstruktion definiert. Damit weiß Kepler, auf welcher Entfernung abhängig von der wahren Anomalie der Planet auf seiner Bahn steht. Er weiß aber nicht, *wann* der Planet diesen Bahnpunkt erreicht.
- Für die Bewegung auf der Bahnkurve greift Kepler auf ein anderes Prinzip zurück, das als eine Konsequenz der kopernikanischen Lehre von ihm bereits im *Mysterium* formuliert und während der Arbeit an der Mars-theorie mehrfach überprüft worden war: die Geschwindigkeit des Planeten ist umgekehrt proportional zur Distanz von der wahren Sonne (*Abstandsgesetz*). Dieses Gesetz wendet er an, um die für die Bewegung über kleine Bahnabschnitte vom Mars benötigte Zeit zu berechnen und aufzusummieren. Die Summe dieser kleinen Teildauern ergibt dann die Zeit, zu der sich der Planet an einem beliebigen Punkt der Bahn befindet. Um nicht Rechenfehler einzuführen, müssen die einzeln aufsummierten Bahnabschnitte sehr klein sein. Dieses Verfahren ist so mühsam, daß sich Kepler einen raffinierten Ersatz einfallen läßt.
- Anstatt die Summe der Zeit über die einzelnen kleinen Bahnabschnitte auszurechnen, geht er davon aus, daß das Maß der von der Strecke Sonne-Mars überstrichenen Fläche direkt proportional zur Zeit ist. Mit diesem Satz braucht Kepler *nur* noch zu einem gegebenen Bahnpunkt des Ovals die überstrichene Fläche auszurechnen und erhält damit sofort die entsprechende Zeit (Flächensatz).

Obwohl der Flächensatz als Keplers sogenanntes zweites Gesetz später berühmt wird, ist sich Kepler seiner Gültigkeit nicht sicher. Immer wieder treten in den Kontrollrechnungen Differenzen auf, immer wieder fragt er sich, ob diese Fehler auf Rechenfehler oder auf die Vereinfachungen des Flächensatzes zurückzuführen sind. Er zweifelt nicht an der Gültigkeit des Distanzgesetzes. Aber wie auch immer er seine Methode variiert und Berechnungen kontrolliert: es bleiben kleine Differenzen zu den beobachteten Werten und den daran optimal angepaßten Varianten der Vicaria.

#### V.5.4 Vierte Konstruktionsphase: Auch die Ovalbahn ist falsch

Die kleinen hartnäckigen Differenzen bleiben bei jeder Variation seiner Berechnungsmethode bestehen. Der Zweifel an seiner Berechnungsmethode wandelt sich zum Zweifel an der für so sicher gehaltenen Ovalhypothese und der gleichförmigen Drehung des Epizykels durch die dem Planeten innewohnende Kraft. Diese Hypothese muß falsch sein. In einem berühmten Brief vom 18. Dezember 1604 an Fabricius gesteht Kepler diesem, daß die so lange für richtig erachtete Ovalhypothese falsch sein muß:<sup>83</sup>

»Endlich einmal aber habt Ihr die Nägel in meine Wunden gelegt und bei Gott fast das ganze Studienmaterial eines Jahres zunichte gemacht. Dabei stimmen wir in den Beweisgründen, in der Erkenntnis des Fehlers, in den Ursachen des Fehlers und in der Angabe der Heilmittel überein. Endlich einmal reiche ich Euch die Palme dar. Matthias [Seiffard] wird Euch sagen, welche Freude es mir bereitet hat, daß Ihr das gleiche Ergebnis wie ich gefunden habt; denn ich hatte ihm vorher schon vorgetragen, was hier zu beanstanden ist. Ich habe den Fehler gefunden, indem ich das tat, was Ihr nachher geraten habt: ich habe eine größere Zahl von Beobachtungen in den mittleren Längen herangezogen ... Ihr aber zieht den falschen Schluß: Keplers Oval kürzt die Abstände zu stark, also darf keinerlei Oval angenommen werden. Ich hatte ebenfalls in falscher Weise geschlossen: es besteht eine ovale Form, also wird es die sein, die sich bei gleichförmiger Bewegung des Epizykels ergibt. Setzt man den Halbmesser der Erdbahn gleich 100 000, so werden, bei Annahme einer vollkommenen Kreisbahn, die Abstände um etwa 800-900 zu lang. Mein Oval macht sie etwa um 400 zu kurz. Die Wahrheit liegt in der Mitte ... ganz wie wenn die Marsbahn eine vollkommene Ellipse wäre. Aber ich habe betreffs einer solchen noch nichts erforscht.«

Die zuvor zugegebenen kleinen Ungenauigkeiten haben sich bei einer besonderen Planetenposition zu schweren Defiziten gewandelt. Der Brief endet fast resignativ:<sup>84</sup>

»O übergroße Arbeit, von der ich doch noch zu wenig gekostet! Hütet Euch aber zu prophezeien, wenn Ihr glaubt, ich werde über dieser Arbeit sterben.«

83 Kepler 1930, I, S. 215.

84 Kepler 1930, I, S. 216.



In den mittleren Längen, wenn Mars sich im rechten Winkel auf der Bahn von der Apsidenlinie entfernt hat, treten Fehler auf. Dem Brief nach zu urteilen hat Kepler diese unabhängig von Fabricius entdeckt, und dieser wies ihn ebenso unabhängig auf die auftretenden Fehler des Modells hin. Wie kann man dieses Problem lösen? Kepler weist Fabricius darauf hin, daß es keinen Weg von einer nicht-kreisförmigen Bahn zurück mehr gibt. Die Einbuchtung der Bahn zur Apsidenlinie ist im Modell des Ovals viel zu stark, tatsächlich doppelt so groß, wie die Triangulationen zeigen. Der Brief ist das erste Dokument, worin Kepler feststellt, daß die Bahn die Form einer vollkommenen Ellipse hat. Demgegenüber ist sein Kommentar erstaunlich nüchtern, verglichen mit den anderen euphorischen Berichten über neue Funde.

In der *Astronomia Nova* beschreibt Kepler seine Reaktion auf den Brief von Fabricius:<sup>85</sup>

»Daher konnte auch David Fabricius meiner Hypothese im 45. Kap., die ich ihm als richtig mitgeteilt hatte, auf Grund seiner Beobachtungen den Fehler nachweisen, daß sie in den mittleren Längen die Abstände zu sehr verkürzt; er schrieb seinen Brief gerade in der Zeit, wo ich selber in erneuter Bemühung an der Erforschung der wahren Hypothese arbeitete. So hat wenig gefehlt, und er wäre mir in der Entdeckung der Wahrheit zuvorgekommen. Da der vollkommene Kreis einen gleich großen entgegengesetzten Fehler begeht, so schließen wir daraus mit Recht, daß die Wahrheit in der Mitte zwischen beiden liegt.

Auch die aus den physikalischen Ursachen berechneten Gleichungen im 49. und 50. Kap. zeugen hiefür, daß das Mündchen, das von dem vollkommenen Halbkreis abgeschnitten wird, nur etwa die Hälfte der Breite haben darf, die von der Theorie des 45. Kap. gefordert wird. Nichts hindert uns daher, es als eine völlig ausgemachte Sache zu betrachten, daß die Theorie des 45. Kap. bei dem Versuch, den Überschuß, der beim vollkommenen Kreis auftritt, zu beseitigen, in den entgegengesetzten Fehler verfällt und einen Abmangel aufweist. Die physikalischen Ursachen des 45. Kap. gehen damit in Rauch auf.«

Kepler berichtet in dem mehrfach zitierten Brief an Christian Longomontanus über die verschiedenen Phasen seiner Arbeit an der Marstheorie. Dieser hatte ihm Vorhaltungen wegen der Benutzung der tychonischen Beobachtungen gemacht:<sup>86</sup>

»Was die Tafeln für die Gleichungen anlangt, so wisset, daß ich das ganze letzte Jahr, soweit ich von Krankheit und Sorgen frei war, allein auf die Berechnung der Bahngleichungen des Mars verwendet habe, und ich schäme mich nicht, einzugestehen, daß ich mein Ziel noch nicht erreicht habe. Ich besitze eine schon vor vier Jahren aufgestellte Hypothese, die die Örter des Planeten in seiner Bahn aufs genaueste liefert. Aber sie gefällt mir nicht, weil sie nicht physikalisch, sondern einfach das ist, was man mit Hypothese bezeichnet.«

85 Kepler 1929, I, S. 324f.

86 Kepler 1930, I, S. 239.

Seit 1601 also verfügte Kepler über die richtigen Bahnrechnungsmethoden. Nur die *physikalische* Erklärung dieser Bahn fehlte ihm, d.h. ihre Ableitung aus dem *Abstandsgesetz*. Nachdem er Longomontanus eine knappe Chronologie seiner Arbeiten ab 1600 in Prag gegeben hatte, faßte er die Ergebnisse zusammen:<sup>87</sup>

»Nun aber vernehmt das Ergebnis meiner Studien. Die ovale Form der Bahn, die der Mars durch den Äther beschreibt, steht fest. Die Ursache für diese Form ist noch nicht sicher bestimmt. Ich habe bisher eine Ursache angenommen, aus der sich ergibt, daß der Mars um 1300 Teile von 152 500 von einem Kreis seitlich hereinrückt. Bei genauerer Prüfung dieser Erscheinung fand ich aber, daß dieser Betrag nicht mehr als 800 bis 900 Teile ausmacht.«

In der Beschreibung der neuen Bahn verwendet Kepler immer noch die Bezeichnung eines Ovals. Auch die Ellipsenbahn ist in dieser Terminologie eine Ovalbahn. Wenn Kepler Longomontanus berichtet, daß die Ursache noch nicht bestimmt ist, räumt er ein, daß er zwar die richtige Bahnform gefunden habe (so daß er alle Positionen des Mars mit Hilfe des Flächensatzes richtig berechnen könne), es ihm aber noch nicht gelungen sei, eine geometrische Konstruktion mittels epizyklischer Modelle für diese Bahnform anzugeben. Die Abhängigkeiten der bewegenden Kräfte und ihr geometrischer Ausdruck sind noch nicht gefunden. Trotzdem faßt Kepler seine Arbeit bereits in der *Astronomia Nova* zusammen, wie der Fortgang des Briefes an Longomontanus zeigt. Hier beschreibt er genau, welche geometrischen Schritte er unternimmt, um die bereits gefundene Bahnform erklären zu können:<sup>88</sup>

»Ich habe indessen einmal alle meine bisherigen Ergebnisse in 51 Kapiteln zusammengefaßt. Wenn ich sterben sollte, so weiß ich doch, daß diese alle für einen, der weiterbauen will, von größtem Nutzen sein werden. Der Hauptinhalt ist der: Mars führt auf dem Durchmesser eines Epizykels von sich aus eine Schwankung aus. Ferner wird er von einer Kraft fortgerissen, die sich von der Sonne aus in den Weltraum erstreckt. Beide Bewegungen sind ungleichförmig. Die Schwankung ist stärker oder schwächer nicht nur nach einem von den beiden Kreisen diktierten Gesetz, wie bei Kopernikus, sondern die beiden Kreise selber bewegen sich schneller oder langsamer nach Maßgabe der zu- oder abnehmenden scheinbaren Größe des Sonnendurchmessers.«

Dieser Brief verdeutlicht, daß Kepler, obwohl die Ellipsenbahn bereits gefunden ist, noch eine epizyklische Konstruktion sucht, in der die Drehgeschwindigkeiten der beiden bestimmenden Kreise richtig koordiniert sind. Kepler spekuliert. Mit der Widerlegung der Ovalhypothese ist es für den Epizykel nicht mehr so einfach, sich nach der Zeit zu richten und sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit zu drehen. Die Drehbewegung muß variieren, um als Resultante eine neue Ovalform zu ergeben. Aber wie? Kep-

87 Kepler 1930, I, S. 242.

88 Kepler 1930, I, S. 242.

ler fährt im Brief fort mit der Benennung jener physikalischen Grundlagen, derer er sich sicher glaubt.<sup>89</sup>

»Das eine ist schlechthin sicher: *Von der Sonne geht eine Kraft aus, die die Planeten erfaßt*. Das übrige ist zwar noch zweifelhaft, aber eine Annahme nach der anderen nähert mich stufenweise mehr meinem Ziel. Nun seid Ihr über meine Fortschritte unterrichtet. Im übrigen wird vielleicht niemand diese Untersuchungen zu Gesicht bekommen, außer bei mir selber.«

Das ist nicht viel an sicheren Grundlagen. Keplers Vorsicht und Zweifel, ob die bislang 51 Kapitel der *Astronomia Nova* überhaupt jemals die Öffentlichkeit erreichen, belegen noch einmal, für wie zentral er eine richtige epizyklische Konstruktion der Bahn hält. Seine bisherigen Ergebnisse sind außergewöhnlich. Er hat die später nach ihm benannten ersten zwei Keplerschen Gesetze gefunden und er kann die Marsposition im Rahmen der Beobachtungsgenauigkeit berechnen. Die Genauigkeit ist so gut, daß daran auch später nichts mehr geändert wird. Trotzdem hält Kepler sein Forschungsprogramm in hohem Maße für unabgeschlossen.

Kepler schließt den Brief, nicht ohne Longomontanus auf die Sorgfalt und die skrupulöse Prüfung jeder noch so spekulativen Hypothese an den Daten hinzuweisen:<sup>90</sup>

»Ihr mahnt mich, ich solle bei der Erforschung der physikalischen Ursachen darauf achten, daß ich nicht dem Himmel Gewalt antue. Ja, mein Christian, hätte ich 8 Minuten im Zweifel lassen wollen, so hätte ich mir die so ungeheure Mühe des ganzen letzten Jahres 1604 ersparen können. Wisset daher, daß ich mir aufs sorgfältigste Mühe gebe, mit den Beobachtungen aufs genaueste in Übereinstimmung zu sein. Wäre das nicht der Fall, so hätte ich nicht soviel Verfahren zur Berechnung der physikalischen Gleichungen, ungefähr 20, ausprobiert. Schiebt also Euer Urteil auf, bis Ihr meine Grundlagen von Angesicht kennen lernt.«

Für die mittlere Anomalie  $90^\circ$  wird die optische Gleichung bestimmt (Abbildung 20) und aus Beobachtungen die richtige Entfernung gemessen. Nach langen, mühevollen und häufig auch fehlerträchtigen Berechnungen mußte Kepler zu seinem eigenen Leidwesen erkennen, daß die Ovalbahn nicht mit den empirischen Daten zu vereinbaren ist.

### V.5.5 *Fünfte Konstruktionsphase: Suche nach richtigen Distanzen*

An einer ausgesuchten Stelle des Mars auf seiner Bahn erhält Kepler einen empirischen korrekten Zusammenhang der optischen Gleichung  $\phi$  und der Entfernung Sonne-Mars. Dieser Zusammenhang wird auf alle Bahnpunkte generalisiert. Eine physikalische Begründung dafür folgt im 57. Kapitel. Was heißt es aber, von einem bestimmten Bahnpunkt auf eine gesamte Bahn

89 Kepler 1930, I, S. 243.

90 Kepler 1930, I, S. 243f.

zu verallgemeinern? Kepler wählt *nicht* unter verschiedenen, ihm physikalisch zulässig erscheinenden Bahnformen diejenigen aus, die mit den wenigen empirisch bestimmten Bahnpunkten zusammenpassen. Eine richtige *ursächliche* Planetentheorie muß eine solche Bahn mit Hilfe der Epizykelkonstruktionen herleiten können, denn nur in ihr finden sich die kinematischen Konsequenzen der Kräfte von Sonne und Planeten.

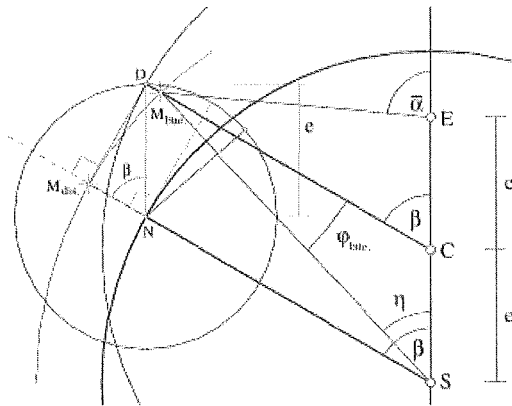
Von diesem einen Bahnpunkt verallgemeinert Kepler nicht auf die übrigen Bahnpunkte, sondern er nimmt diesen Punkt, um damit ein neues *Epizykelmodell* zu konstruieren, das den physikalischen Mechanismus der Bahnbewegung des Mars beschreibt. Er sucht verzweifelt nach einer Lösung. Dem Kaiser hatte er bereits ein Manuskript übergeben müssen, in dem die Ovalbahn noch als die richtige Lösung angegeben ist. Ein letztes Mal versucht Kepler am 5. März 1605,<sup>91</sup> seinen alten Lehrer Michael Mästlin ins Projekt einzubinden. Er beschreibt den Stand der Arbeiten und bittet darum, ob man nicht wieder einmal zusammenarbeiten könne. Mästlin, der in einem vom 28. Januar 1605 datierenden Brief endlich sein langes Schweigen entschuldigt hatte, antwortet diesmal nicht. In den wenigen Wochen nach seinem Bittbrief vom März erzwingt Kepler eine konstruktive Lösung.

#### V.5.6 Sechste Konstruktionsphase: Die pausbäckige Bahn

In Kapitel 58 nennt Kepler den ersten Kandidaten für diese Theorie: die pausbäckige Marsbahn.

Setzt man voraus, daß mit dem Gesetz aus dem 56. Kapitel die richtige Entfernung für alle Bahnpunkte vorliegt, stellt sich die Frage, in welcher Richtung diese liegen sollen (siehe Figur 61, S. 343: Kepler, *Neue Astronomie*, übersetzt von M. Caspar (Nachdruck 1990), hier wiedergegeben als Abbildung 22):

91 Kepler 1930, I, S. 220ff.



C	Zentrum des Deferenten	[ $\bar{\alpha}$ ]	Mittlere Anomalie
E	Äquant	$\beta$	Exzentrische Anomalie
S	wahre Sonne	$\eta$	Wahre Anomalie
A	Aphel	$\varphi$	Optische Gleichung
P	Perihel	e	Exzentrizität
M	Mars	N	Zentrum des Epizykels

Abb. 22: Pausbäckige Bahn nach Kepler.

Vom Punkt D auf dem Epizykel wird ein Lot auf die Verlängerung der Strecke SN gefällt, man erhält den Punkt  $M_{dis}$  mit der richtigen Entfernung.

Diese Strecke  $S M_{dis}$  wird um S solange gedreht, bis sie die Strecke CD an  $M_{buc}$  schneidet. Die resultierende Form ist eine pausbäckige Bahn

Es ergeben sich folgende Möglichkeiten:

1.  $\rho \rightarrow$  nahe A  $M_{eli}$  auf dem Epizykel wird nicht mehr untersucht.
2.  $\rho \rightarrow$  A  $M_{buc}$  führt zur Pausbäckigen Bahn (Begründung Kapitel 57).
3.  $\rho \rightarrow$  A  $M_{eli}$  führt zur Ellipse.



gungen des Planeten berechnen lassen. Kepler zeigt durch langwierige Approximationsrechnungen, daß der Flächensatz sehr gut eine Iteration der einzelnen Bewegungsschritte approximiert. Er ist sich aber nicht sicher (was auch falsch ist), ob sich der Flächensatz streng aus dem Abstandsgesetz ableiten läßt.

**These 4** Das Abstandsgesetz ist strenggenommen falsch, was Kepler nicht wußte. Streng genommen gilt es nur für zwei Bahnpunkte, die übrige Bewegung wird jedoch gut approximiert.

Hat Kepler nun sein Ziel erreicht, das er verzweifelt im Frühjahr 1605 gesucht hatte, nämlich eine strenge Herleitung der Bahnbewegung aus dem Naturgesetz *Abstandsgesetz*? In der Zeichnung (siehe hier Figur 24) ergibt sich der Punkt F (nach Keplers Notation, zuvor  $M_{eli}$ ), indem man von der wahren Sonne A ausgehend auf den Epizykelpunkt D kommt (dies über die klassische Epizykelkonstruktion), von dort das Lot auf die Verlängerung AK fällt (dies ist am Punkt E). Letzteres ergibt sich aus der wahren Entfernung im Kapitel 56. Die Entfernung AE wird jetzt um den Punkt A gedreht. Alle Schnittpunkte mit ausgezeichneten Linien könnten einen Bahnpunkt liefern, z.B. der Schnittpunkt J (zuvor  $M_{buc}$ ) führt zur pausbäckigen Bahn. Die elliptische Bahn ergibt sich aus dem Schnittpunkt mit dem Lot von D auf die Apsidenlinie (Gerade DC) im Punkt F. Dieser liegt aber nicht auf dem Epizykelkreis (dieser mögliche 1. Punkt aus der Aufzählung wird gar nicht erwogen). In der Beschreibung zur Figur auf Seite 343 schreibt Kepler aber: *Um den Mittelpunkt K nun beschreibe man mit KD gleich AB den Epizykel LDF, der den Kreis GD in D schneidet [...]*. Nach dieser Beschreibung müßte der Punkt F auf dem Epizykel liegen, was aber nicht der Fall ist.

**These 5** Mit der kleinen konstruktiven Lücke zwischen Konstruktionspunkt F und dem Epizykel ist die strenge Ableitung gescheitert. Die Ellipsenbahn ergibt sich nur approximativ aus der Überlagerung zweier Kreisbewegungen, die nach dem Abstandsgesetz einander überlagern. Kepler nimmt diese kleine Distanz hin und verschweigt sie dem Leser. Das Hauptmotiv für die Arbeit von 1601 bis 1605 an der Theorie der Marsbewegung ist die Suche nach der richtigen Anwendung des von ihm für wahr erachteten Naturgesetzes.

sumus mutuari: idem per hanc etiam verissimam hypothesin tentans, falsa methodo; rursus de rerum summa trepidare cœpi.

*In linea apsidum, centrâ A. B. scribantur aequales circuli C. D. H. K. Sitque AB eccentricitas circuli C. D. Sit autem anomalia eccentrici, seu numerus graduum ejus, arcus CD vel HK, per aequipollentiam capitis III. Centro igitur K, diastemate KD, quod ipsi AB sit aequale, scribatur LDF epicyclus, qui secabit circulum CD in D, per aequipollentiam cap. III. Ducatur AK, & continuetur donec secet epicyclum in L, ut sit LD arcus similis anomalia eccentrici CD vel HK. Et connectatur B cum D. Ex puncto vero D demittantur perpendiculares in GA, LA, qua sint DC, DE. Quare per hactenus cap. LVI. demonstrata, AE citra contraversiam erit justa distantia ad hanc anomaliâ eccentrici, de qua quæritur, quantum temporis in ea sit consumptum. Cumque ejus arcus sinus versus GC, sive post multiplicationem, LE ablatâ a GA,*

prodiderit distantiam AE justam: ex his indiciis persuadebar, terminum ipsius AE alterum, quærendum esse non in DC linea, quod verissimum tamen erat, sed in DB lineæ puncto I: ut si centro A, diastemate AE, ducerem arcum EIF, qui secet DB in I. Effet igitur AI secundum hanc persuasionem justa distantia, situ & longitudine; & IAG anomalia vere cœquata. Manifestum est autem, quod EIF arcus secet DC lineam, loco superiori scilicet in F: itaque anguli IAG & FAG differant quantitate IAF.

Abb. 24: Keplers Konstruktion der Ellipse.