

RUTZ, Peter: *Zweiwertige und mehrwertige Logik. Ein Beitrag zur Geschichte und Einheit der Logik. (Two-Valued and Many-Valued Logics. A Treatise Concerning History and Unity of Logics)*. München: Ehrenwirth 1973. 107 p. Ab 1980: München: Philosophia Verl., ISBN 3-88405-039-7.

English Abstract of Review: The formal unity of two-valued and many-valued logics is pointed out by Rutz. Tautologies of two-valued logics are *valid by analogy* in many-valued logics. Vice versa expressions of many-valued logics (n finite) are decidable in two-valued logics.

In der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik können alle Aussagen genau in eine von zwei Klassen eingeordnet werden, entweder in die Klasse der wahren Aussagen oder in die Klasse der falschen Aussagen. Bei mehrwertigen Logiken zerfallen die Mengen aller Aussagen in mehrere disjunkte Klassen, und zwar entweder in eine der i Klassen der nicht-ausgezeichneten Geltungswerte ($i > 1$) oder in eine der j Klassen der ausgezeichneten Geltungswerte ($j \geq 1$). „Bei dieser Zersplitterung der Menge aller Aussagen kommt es vor, daß gewisse Sätze (d.h. allgemeingültige Formeln) der klassischen Logik, die darin als fundamental betrachtet werden, wie das Prinzip des ausgeschlossenen Dritten oder das Nichtwiderspruchs-Prinzip, in einer mehrwertigen Logik nicht allgemeingültig sind“ (S.11). Die Anzahl möglicher mehrwertiger Systeme ist unbegrenzt groß, und seit Anfang des 20. Jahrhunderts wurden auch diverse mehrwertige Logiksysteme ausgearbeitet. „Wir haben also seit 1920 (dem Erscheinungsjahr klassischer Arbeiten von *Jan Łukasiewicz* und *Emil L. Post*, St.) eine große Schar heterodoxer logischer Systeme, die neben der orthodoxen, zweiwertigen Logik stehen“ (S.37). Die zentrale Frage für *Peter Rutz* ist das Problem des Zusammenhangs zwischen zweiwertiger und mehrwertiger Logik: „Gibt es mehrere einander widersprechende logische Systeme? Ist die Existenz der mehrwertigen Systeme ein Argument für einen logischen Relativismus? Gibt es nur *eine* wahre Logik“ (S.37)? *Rutz'* Antwort ist: „Hat eine erste Betrachtung mehrwertiger Systeme dazu geführt, sie als heterodox zu bezeichnen, . . ., so zeigen die Ergebnisse dieser Arbeit, daß es nicht nur zu allen Sätzen der klassischen Aussagenlogik n -wertige analoge Sätze gibt, sondern daß sogar jedem Ausdruck . . . einer n -wertigen Logik (n endlich) eindeutig ein Ausdruck der klassischen Logik zugeordnet werden kann, der bezüglich der Gültigkeit dem n -wertigen äquivalent ist“ (S.70). Dies ist eine starke Behauptung im Sinne einer Einheit der Logik; wir werden sie im Folgenden nachprüfen.

Zunächst aber sollten wir rechtfertigen, warum wir ein schon 1973 erschienenenes Buch erst jetzt besprechen. Das Buch ist der erste Band der von *J.M. Bochenski*, *H. Burkhardt* und *Chr. Thiel* herausgegebenen Reihe „*Analytica*“, die zunächst im Ehrenwirth-Verlag begonnen wurde. Diese Reihe ruhte bis 1980, und mit dem Beginn des Philosophia-Verlages wurde das Buch von *P. Rutz* übernommen und die Reihe dort weitergeführt. Aber nicht nur wegen des aktuellen Verlagswechsels ist das Buch für uns relevant, sondern vor allem wegen der nach wie vor interessanten Thesen, die *Peter Rutz* vertritt.

Das Buch gliedert sich nach der Einleitung (S.11–12) in die sechs Kapitel „1. Grundbegriffe der Aussagenlo-

gik“ (S.13–20), „2. Entstehung und Entwicklung der mehrwertigen Logikkalküle“ (S.21–36), „3. Einheit und Vielfalt der Logik“ (S.37–42), „4. Gültigkeit von Sätzen der zweiwertigen in einer mehrwertigen Logik“ (S.43–55), „5. Darstellbar- und Entscheidbarkeit mehrwertiger Ausdrücke im vollen zweiwertigen System“ (S.56–69) und „6. Zusammenfassung“ (S.70). Anmerkungen (S.71–80), eine Bibliographie (S.81–101), ein Verzeichnis verwendeter Zeichen und Symbole (S.102–103), ein Sachregister (S.104–106) sowie ein Namensverzeichnis (S.107) runden die Arbeit ab.

Wir wollen nun den *Rutz-Hauptsatz 1* vorstellen. Er lautet: „Jede Übertragung klassischer Aussagenfunktionen in ein n -wertiges System mit s ausgezeichneten Wahrheitswerten unter Berücksichtigung der Analogie dritter Art läßt alle Sätze der zweiwertigen Logik in den n -wertigen gelten“ (S.55).

Die „Analogie 3. Art“ ist eine Sorte von Verwandtschaft zwischen n -wertigen und zweiwertigen Funktoren vom gleichen Typus l . Seien F und F' Funktoren, fund f und f' Geltungsfunktionen (*Rutz* spricht hier von „Wahrheitsfunktionen“, was bei mehrwertigen Ausdrücken, wo „Wahrheit“ einen anderen Sinn hat als im Zweiwertigen, aber Fehldeutungen provozieren kann), Q_2 und Q_n Mengen zwei- bzw. n -wertiger Funktoren, l der Funktorentypus sowie A_2 und A_n Mengen von Geltungswerten, so lassen sich Funktoren wie folgt definieren:

$$(1) F \in Q_2 \text{ habe die Geltungsfunktion } f : A_2^l \rightarrow A_2$$

und

$$F' \in Q_n \text{ habe die Geltungsfunktion } f' : A_n^l \rightarrow A_n.$$

Wenn B die Menge der ausgezeichneten Geltungswerte ist, so heißt die Abbildung $\mu : A_n \rightarrow A_2$ (n, s)-*zerlegungstreu*, falls

$$(2) \mu(B_{n,s}) = \{1\} \text{ und } \mu(A_n - B_{n,s}) = \{0\}$$

gilt.

Eine Abbildung $\nu : A_n \rightarrow A_2$ heißt *strikt* (n, s)-*treu*, falls

$$(3) a) \nu \text{ } (n, s)\text{-zerlegungstreu und}$$

$$b) \nu(0) = 0 \text{ sowie } \nu(n-1) = 1$$

erfüllt ist.

Ein n -wertiger Funktor $F' \in Q_n$ ist nun ein *Analogon 3. Art* eines zweiwertigen Funktors $F \in Q_2$, wenn gilt:

$$(4) \begin{array}{ccc} A_n^l & \xrightarrow{\kappa_3 \times \dots \times \kappa_3} & A_2^l \\ f' \downarrow & & \downarrow f \\ A_n & \xrightarrow{\quad} & A_2 \end{array}$$

ist kommutativ für alle *strikt* (n, s)-*treuen* Abbildungen κ_3 (vgl. S.45).

Rutz führt zwar noch andere Arten von Analogien zwischen Funktoren ein, hält aber die Analogie 3. Art für die „wesentliche und notwendige Verwandtschaft aussagenlogischer Konstanten zweier verschiedenwertiger Systeme, die die gleiche intuitive Bedeutung haben wollen“ (S.48).

Betrachten wir zur Illustration der Analogie 3. Art zwei Beispiele. Wir nehmen an, wir haben zwei fünfwer-

den? Rutz konnte zeigen, *erstens*, daß eine gewisse Menge mehrwertiger Funktoren Analogien zu zweiwertigen darstellen und damit die Sätze der zweiwertigen Logik in analoger Form auch in mehrwertigen gelten und *zweitens*, daß Ausdrücke mehrwertiger Logiksysteme durch geeignete Reduktionen der jeweiligen Geltungswerte auf die klassischen Werte 0 und 1 in der zweiwertigen Logik entscheidbar sind.

Der springende Punkt der ganzen Bemühungen ist, mehrwertige Systeme zu „verzweiwertigen“: die ausgezeichneten Geltungswerte werden zum Wahrheitswert 1 (wahr) und die nicht-ausgezeichneten zum Wert 0 (falsch). Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, fällt viel von der ursprünglich angenommenen Brisanz der Rutzschen Thesen hinfort. *Formal* gesehen, ist das Vorgehen von Rutz gerechtfertigt (und ein Argument für die formale Einheit der Logik); *inhaltlich* gesehen, ist das Vorgehen völlig witzlos: ein dritter (und weiterer)

Geltungswert wurde sicherlich nicht in die Logik eingeführt, um danach wieder durch 0 oder 1 ersetzt zu werden, sondern verlangt eine Interpretation (etwa als „unbestimmt“). Die durch die Mehrwertigkeit geschaffenen neuen *inhaltlichen Ausdrucksmöglichkeiten logischer Systeme* (z.B. zur Konstruktion einer „Logik der Mikrowelt“, einer Handlungslogik oder einer Modallogik) werden von Rutz überhaupt nicht beachtet. In diesem Sinne drücken unsere Beispielsätze

– $(p \wedge \neg p)$

und

$F_{-1}(5) [(p) F_{-2}(5) F_{-1}(5) (p)]$

– obgleich formal analog – inhaltlich völlig anderes aus.

Wolfgang G. Stock

Dr. W.G. Stock, Langeegg-Ort 25
A-8302 Nestelbach bei Graz

JUST PUBLISHED !

INTERNATIONAL CLASSIFICATION AND INDEXING BIBLIOGRAPHY (ICIB)
VOL. II:

REFERENCE TOOLS AND CONFERENCES IN CLASSIFICATION AND INDEXING

160 pages, DIN A4, DM 48.80
ISBN 3-88672-301-1

ICIB 2, the second of five volumes planned so far, covers some 4000 references with annotations to bibliographies, review articles, dictionaries and glossaries, periodicals and serials, textbooks and other monographs, guidelines and standards as well as conference reports and conference proceedings with all of their relevant papers in classification, indexing and terminology science from 1950 to 1982.

ICIB 2 is arranged by form categories and in chronological order. Each title is classed according to the newly devised Classification Literature Classification (CLC), the schedules of which are included in the volume.

ICIB 2's conference papers can be accessed through the Systematic Index; an alphabetical index leads to the rest of the titles and to the classes of the Systematic Index based on CLC. Furthermore, ICIB 2 contains two personal author indexes and a corporate author index.

ICIB 2 thus completes the bibliographic material in Classification, Indexing and Terminology Science arranged by form with ICIB 1 having been devoted solely to references with annotations to Classification Systems and Thesauri from 1950-1982.

Three further volumes (ICIB 3, 4 and 5) are forthcoming 1984 and 1985. Each volume will comprise some 200 pages. DM 48.80 per volume.

Order now!

INDEKS VERLAG, Woogstr. 36a, D-6000 Frankfurt 50, Fed.Rep.of Germany